MATEMÁTICAS II · 2.º BACHILLERATO · FORMATO TIPO PAU

Tema 1 · Matrices · Examen A

Nombre: _____ Fecha: _____

Instrucciones. Duración: 90 minutos. Responde a los 5 ejercicios en folios aparte; cada uno vale 2 puntos y la puntuación de cada apartado aparece entre paréntesis. Justifica todos los pasos: un resultado sin el procedimiento no puntúa. Se permite calculadora no programable.

Ejercicio 1. (2 puntos)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) (0,8 puntos) Calcula $A^t B - 2I$.

b) (1,2 puntos) Halla todas las matrices X de orden 2 que conmutan con A, es decir, que cumplen $AX = XA$.

Ejercicio 2. (2 puntos)

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) (0,6 puntos) Calcula A^2 y A^3.

b) (0,8 puntos) Deduce una expresión de A^n para cualquier $n \in \mathbb{N}$.

c) (0,6 puntos) Calcula $A^{50} - A^{48}$.

Ejercicio 3. (2 puntos)

Sea la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a \\ 2 & a-2 & 2a \\ -1 & 1 & a-2 \end{pmatrix}$.

a) (1,4 puntos) Estudia el rango de M según los valores de a utilizando el método de Gauss.

b) (0,6 puntos) Para $a = 0$, escribe una de las filas de M como combinación lineal de las otras.

Ejercicio 4. (2 puntos)

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}$.

a) (0,8 puntos) Determina para qué valores de m la matriz A tiene inversa.

b) (0,7 puntos) Para $m = 2$, calcula A^{-1} por el método de Gauss–Jordan.

c) (0,5 puntos) Para $m = 2$, halla la matriz X que verifica $XA = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 5. (2 puntos)

Una almazara vende aceite en garrafas de 1, 2 y 5 litros. En marzo recibe estos pedidos: una tienda pide 40 garrafas de 1 L, 25 de 2 L y 10 de 5 L; un restaurante pide 10 de 1 L, 20 de 2 L y 30 de 5 L. Cada garrafa se vende, respectivamente, a 6, 11 y 25 euros, y su coste de producción es de 4, 7 y 16 euros.

a) (0,5 puntos) Escribe la matriz P (2×3) de los pedidos y la matriz C (3×2) con el precio y el coste de cada formato.

b) (0,8 puntos) Calcula PC e interpreta el significado de cada uno de sus elementos.

c) (0,7 puntos) Obtén, mediante un producto de matrices, el beneficio que deja cada cliente. ¿Cuál de los dos es más rentable para la almazara?