Tema 1 · Números primos, raíces, m.c.d. y m.c.m.

Pack para familias

1.º ESO · Teoría resumida, ejercicios, dos exámenes de práctica y todas las soluciones

Nombre: _____ Fecha: _____

Qué hay en este pack

- **Guía para la familia** (página 2): qué es el Método Singapur y cómo ayudar sin saberse el tema.
- **10 tipos de ejercicio**. En cada uno: teoría resumida, un **ejemplo resuelto** paso a paso, dos ejercicios para empezar y una página de práctica de ★ fácil a ★★★ reto.
- **Errores frecuentes**, **problemas de cierre** y un **repaso final**.
- **Dos exámenes de práctica** (5 preguntas de 2 puntos, como los del colegio).
- **Solucionario completo** al final, con todos los resultados y los pasos clave.

Índice

Guía para la familia . . . 2
Tipo 1 · ¿Primo o compuesto? . . . 3
Tipo 2 · Descomposición en factores primos . . . 5
Tipo 3 · Cuadrados perfectos y raíz cuadrada . . . 7
Tipo 4 · Cubos perfectos y raíz cúbica . . . 9
Tipo 5 · Estimar raíces sin calculadora . . . 11
Tipo 6 · Máximo común divisor (m.c.d.) . . . 13
Tipo 7 · Mínimo común múltiplo (m.c.m.) . . . 15
Tipo 8 · Problemas de m.c.d.: repartir y cortar . . . 17
Tipo 9 · Problemas de m.c.m.: volver a coincidir . . . 19
Tipo 10 · Razonar con factores primos . . . 21
Errores frecuentes · Encuentra el error . . . 23
Cierre · Lo juntamos todo . . . 28
Repaso final . . . 30
Exámenes de práctica A y B . . . **41**
Solucionario . . . **47**

Guía para la familia

Qué es el Método Singapur (en dos minutos)

Es la forma de enseñar matemáticas que usa el libro de su hijo. Sigue siempre tres pasos: **concreto** (una situación real: repartir cromos, cortar una cartulina, dos autobuses que salen a la vez), **dibujo** (rectángulos de baldosas, escaleras de factores, saltos sobre una recta) y solo al final la **regla**. Por eso los deberes "no se parecen" a lo que aprendimos nosotros: primero se entiende el porqué con un dibujo y después se calcula.

En este tema, las imágenes clave son: la **escalera de factores** (dividir entre primos hasta llegar a 1, como quien desmonta un número en "ladrillos"), los **rectángulos y cuadrados de baldosas** (un número primo solo forma un rectángulo de una fila; un cuadrado perfecto es un cuadrado; el m.c.d. es la baldosa más grande que cabe sin que sobre nada) y los **saltos sobre una recta** (el m.c.m. es el primer punto donde coinciden dos tipos de salto).

Cómo usar el pack (sesiones de 30–45 minutos)

1. **Leed juntos la teoría** del tipo y el **ejemplo resuelto**. Pídale que le explique el ejemplo con sus palabras.
2. Que haga **solo** los dos ejercicios de *Para empezar*. Corrija con el solucionario.
3. Si van bien, que siga con la página de *Practica*. Si no, vuelva al ejemplo antes de seguir.
4. Al terminar todos los tipos: *Errores frecuentes*, *Cierre* y *Repaso final*.
5. Unos días antes del examen del colegio, el **Examen A** con 50 minutos y sin calculadora. Si saca menos de un 6, repasad los tipos de las preguntas falladas y haced el **Examen B**.

Cómo ayudarle sin darle la respuesta

- Pregúntele *«¿qué te pide el ejercicio?»* y *«¿qué has probado?»* antes de corregir.
- Si se atasca, la mejor pista es *«dibújalo»*: con baldosas, con la escalera de factores o con saltos sobre una recta.
- Corrija con el solucionario **después**, no durante. Si falla, señale el paso, no el resultado: *«revisa esta línea»*.
- En cada tipo hay una frase verde, **Para ayudarle**, con la pregunta que más ayuda en ese punto.
- Todo se hace **sin calculadora**, como en el examen.

Tipo 1 · ¿Primo o compuesto?

Teoría resumida

Un número **primo** tiene exactamente dos factores: el 1 y él mismo (2, 3, 5, 7, 11, 13…). Un número **compuesto** tiene más de dos. El 0 y el 1 no son ni primos ni compuestos.
División de prueba: divide entre los primos 2, 3, 5, 7, 11… cuyo cuadrado no pase del número. Si ninguno lo divide, es primo.

Para ayudarle: Que no se fíe de la *«pinta»* del número: pídele que diga **hasta qué primo** tiene que probar y por qué. Los números que parecen primos y no lo son (51, 57, 87, 91…) son la trampa favorita.

Ejemplo resuelto

¿Es 113 un número primo?
Solución: $10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2$, así que basta probar con los primos hasta 7 (2, 3, 5 y 7). Es impar; sus cifras suman $1 + 1 + 3 = 5$, que no es múltiplo de 3; no acaba en 0 ni en 5; y $113 = 7 \cdot 16 + 1$, así que el 7 tampoco lo divide. Ninguno lo divide: **113 es primo**.

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) ¿Son primos o compuestos? Justifica. a. 69 b. 71

P2) Entre estos números solo uno es primo. ¿Cuál? Escribe cómo descartas los demás: 77, 79, 81, 85

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★ ¿Es 51 primo o compuesto?

b) ★ ¿Es 59 primo o compuesto?

c) ★★ ¿Es 143 primo o compuesto?

d) ★★ Escribe todos los números primos entre 80 y 100.

e) ★★★ ¿Puede ser primo la suma de dos números primos mayores que 2? Explica por qué.

Tipo 2 · Descomposición en factores primos

Teoría resumida

Todo número compuesto se puede escribir como **producto de factores primos** de una única forma. Divide entre el menor primo posible y sigue hasta llegar a 1 (método de la escalera). Escribe el resultado con **potencias**: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Para ayudarle: Que **compruebe siempre multiplicando** el resultado. Si la escalera no ha llegado a 1, falta algún factor; si el producto no da el número, hay un error.

Ejemplo resuelto

Descompón 540 en factores primos y escríbelo con potencias.

Solución: método de la escalera, dividiendo siempre entre el primo más pequeño posible:

540	2
270	2
135	3
45	3
15	3
5	5
1	

$540 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$. Comprobación: $4 \cdot 27 \cdot 5 = 540$.

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) Descompón 150 en factores primos y escríbelo con potencias.

P2) Descompón 924 en factores primos y escríbelo con potencias. Comprueba el resultado multiplicando.

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★ Descompón 60.

b) ★ Descompón 84.

c) ★★ Descompón 360.

d) ★★ Descompón 1008.

e) ★★★ Marta usa 105 cubos de 1 cm de arista para construir un prisma rectangular en el que cada lado mide más de 1 cm. ¿Qué dimensiones tiene el prisma? ¿Hay más de una posibilidad?

Tipo 3 · Cuadrados perfectos y raíz cuadrada

Teoría resumida

Un **cuadrado perfecto** es el cuadrado de un número natural: $1, 4, 9, 16, 25\ldots$ En su descomposición, **todos los exponentes son pares**.
Para hallar la raíz cuadrada, divide entre 2 cada exponente: $324 = 2^2 \cdot 3^4 \Rightarrow \sqrt{324} = 2 \cdot 3^2 = 18$.

Para ayudarle: Que **primero mire los exponentes**: si alguno es impar, no es un cuadrado perfecto. Y que recuerde que se divide el *exponente*, no el número.

Ejemplo resuelto

Calcula $\sqrt{2304}$ mediante la factorización.
Solución: $2304 = 2^8 \cdot 3^2$ (dividiendo entre 2 ocho veces llegamos a 9, que es 3^2). Los dos exponentes son pares, así que es un cuadrado perfecto. Dividimos cada exponente entre 2: $\sqrt{2304} = 2^4 \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48$. Comprobación: $48^2 = 2304$.

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) Calcula $\sqrt{576}$ mediante la factorización.

P2) Calcula $\sqrt{7056}$ mediante la factorización y explica cómo sabes que es un cuadrado perfecto.

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★ $\sqrt{144}$ mediante factorización.

b) ★ $\sqrt{324}$ mediante factorización.

c) ★★ $\sqrt{1296}$

d) ★★ $\sqrt{2025}$

e) ★★★ Sabiendo que $11\,025 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$, halla $\sqrt{11\,025}$ sin calculadora y explica cómo sabes que es un cuadrado perfecto.

Tipo 4 · Cubos perfectos y raíz cúbica

Teoría resumida

Un **cubo perfecto** es el cubo de un número natural: $1, 8, 27, 64, 125\ldots$ En su descomposición, **todos los exponentes son múltiplos de 3**.
Para hallar la raíz cúbica, divide entre 3 cada exponente: $216 = 2^3 \cdot 3^3 \Rightarrow \sqrt[3]{216} = 2 \cdot 3 = 6$.

Para ayudarle: Es igual que con la raíz cuadrada, pero **entre 3**. Que se aprenda los primeros cubos (1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000): ayudan mucho.

Ejemplo resuelto

Calcula $\sqrt[3]{5832}$ mediante la factorización.
Solución: $5832 = 2^3 \cdot 3^6$. Los exponentes (3 y 6) son múltiplos de 3, así que es un cubo perfecto. Dividimos cada exponente entre 3: $\sqrt[3]{5832} = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$. Comprobación: $18^3 = 5832$.

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) Calcula $\sqrt[3]{2744}$ mediante la factorización.

P2) Calcula $\sqrt[3]{9261}$ mediante la factorización.

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★ $\sqrt[3]{216}$ mediante factorización.

b) ★ $\sqrt[3]{1000}$ mediante factorización.

c) ★★ $\sqrt[3]{4096}$

d) ★★ $\sqrt[3]{10\,648}$

e) ★★★ Sabiendo que $74\,088 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^3$, halla $\sqrt[3]{74\,088}$ sin calculadora.

Tipo 5 · Estimar raíces sin calculadora

Teoría resumida

Busca los dos cuadrados (o cubos) perfectos entre los que está el número. $49 < 50 < 64 \Rightarrow 7 < \sqrt{50} < 8$, y como 50 está mucho más cerca de 49, $\sqrt{50} \approx 7$.
Cuadrados: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144… Cubos: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000…

Para ayudarle: Que escriba primero la lista de cuadrados (o de cubos) y señale los dos que rodean al número. Si le sale muy justo, que lo compruebe elevando al cuadrado.

Ejemplo resuelto

¿Entre qué dos números naturales está $\sqrt{76}$? ¿De cuál está más cerca?
Solución: buscamos los cuadrados perfectos de abajo y de arriba: $64 < 76 < 81 \Rightarrow 8 < \sqrt{76} < 9$. Como 76 está a 5 de 81 y a 12 de 64, está más cerca de 81: $\sqrt{76}$ está **más cerca de 9**.

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) ¿Entre qué dos números naturales están $\sqrt{28}$ y $\sqrt{105}$? ¿De cuál están más cerca?

P2) Estima $\sqrt[3]{20}$ y $\sqrt[3]{300}$: entre qué dos números naturales están y de cuál están más cerca.

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★ ¿Entre qué dos números naturales está $\sqrt{50}$? ¿De cuál está más cerca?

b) ★ Lo mismo con $\sqrt{95}$.

c) ★★ Estima $\sqrt[3]{30}$.

d) ★★ Estima $\sqrt[3]{100}$.

e) ★★★ Ordena de menor a mayor sin calculadora: $\sqrt{60}$, $\sqrt[3]{200}$, $7{,}5$

Tipo 6 · Máximo común divisor (m.c.d.)

Teoría resumida

El **m.c.d.** es el mayor número que divide a todos a la vez.
Con factores primos: toma **solo los factores comunes, con el menor exponente**. $18 = 2 \cdot 3^2$, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow$ m.c.d. $= 2 \cdot 3 = 6$.

Para ayudarle: Que repita la regla en voz alta: *«solo los factores que están en todos, con el menor exponente»*. Y que compruebe que el resultado divide a todos los números.

Ejemplo resuelto

Calcula el m.c.d. de 52 y 78.
Solución: $52 = 2^2 \cdot 13$ y $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$. Los factores comunes son 2 y 13; tomamos cada uno con su **menor** exponente: m.c.d. $= 2 \cdot 13 = 26$. Comprobación: $52 : 26 = 2$ y $78 : 26 = 3$ (exactas).

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) Calcula el m.c.d. de 32 y 80.

P2) Calcula el m.c.d. de 66, 110 y 154.

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★ m.c.d. (24, 36)

b) ★ m.c.d. (17, 23)

c) ★★ m.c.d. (84, 126)

d) ★★ m.c.d. (90, 150, 210)

e) ★★★ Halla el m.c.d. de $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$ sin calcular los números.

Tipo 7 · Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Teoría resumida

El **m.c.m.** es el menor número (distinto de cero) que es múltiplo de todos a la vez.
Con factores primos: toma **todos los factores, comunes y no comunes, con el mayor exponente**. $4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3 \Rightarrow$ m.c.m. $= 2^2 \cdot 3 = 12$.

Para ayudarle: Aquí la regla es la contraria que en el m.c.d.: *«todos los factores, con el mayor exponente»*. Que compruebe que el resultado es múltiplo de todos y no menor que el mayor.

Ejemplo resuelto

Calcula el m.c.m. de 15 y 18.
Solución: $15 = 3 \cdot 5$ y $18 = 2 \cdot 3^2$. Tomamos **todos** los factores, los comunes y los no comunes, cada uno con su **mayor** exponente: m.c.m. $= 2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$. Comprobación: $90 : 15 = 6$ y $90 : 18 = 5$ (exactas).

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) Calcula el m.c.m. de 16 y 24.

P2) Calcula el m.c.m. de 9, 15 y 21.

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★ m.c.m. (6, 8)

b) ★ m.c.m. (9, 12)

c) ★★ m.c.m. (20, 45)

d) ★★ m.c.m. (8, 12, 18)

e) ★★★ Halla el m.c.m. de $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ y $2 \cdot 3^2 \cdot 7$, dejándolo primero como producto de potencias.

Tipo 8 · Problemas de m.c.d.: repartir y cortar

Teoría resumida

Pistas de **m.c.d.**: *repartir en partes iguales sin que sobre nada*, *lo más grande posible*, *el mayor número de grupos*, *trozos o cuadrados iguales*. El resultado es **más pequeño** (o igual) que los datos.

Para ayudarle: Antes de calcular, que se pregunte: *«¿busco algo más pequeño que mis números (un grupo, un trozo, una baldosa) o algo más grande?»*. Si es más pequeño y tiene que caber exacto, es m.c.d. Y que no olvide la **segunda pregunta**.

Ejemplo resuelto

Marta tiene 45 pegatinas de animales y 60 de coches. Quiere hacer el mayor número posible de sobres iguales, con los dos tipos de pegatinas, sin que sobre ninguna. ¿Cuántos sobres hace? ¿Qué lleva cada sobre?
Solución: buscamos un número que *quepa exacto* en 45 y en 60 y sea lo más grande posible: m.c.d. $45 = 3^2 \cdot 5$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ $\Rightarrow$ m.c.d. $= 3 \cdot 5 = 15$ **sobres**. Cada sobre lleva $45 : 15 = 3$ pegatinas de animales y $60 : 15 = 4$ de coches.

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) Un tablero rectangular de 96 cm de largo y 56 cm de ancho se corta en cuadrados iguales, lo más grandes posible, sin que sobre nada. ¿Cuánto mide el lado de cada cuadrado? ¿Cuántos cuadrados salen?

P2) Una librería tiene 36 libros de aventuras, 60 de misterio y 84 de ciencia. Quiere colocarlos en el mayor número posible de estanterías iguales, con los tres tipos de libros en cada una y sin que sobre ninguno. ¿Cuántas estanterías hace? ¿Qué lleva cada una?

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★★ En una clase hay 18 chicos y 24 chicas. Queremos formar el mayor número posible de grupos iguales, con chicos y chicas en cada uno, sin que sobre nadie. ¿Cuántos grupos? ¿Cuántos chicos y chicas hay en cada grupo?

b) ★★ Una profesora tiene 24 rotuladores y 36 lápices. Quiere hacer el mayor número de lotes iguales sin que sobre nada. ¿Cuántos lotes? ¿Qué lleva cada uno?

c) ★★ Tenemos dos cuerdas de 90 cm y 126 cm. Las cortamos en trozos iguales, lo más largos posible, sin que sobre nada. ¿Cuánto mide cada trozo? ¿Cuántos trozos salen?

d) ★★★ Un suelo de 360 cm por 270 cm se cubre con baldosas cuadradas enteras, lo más grandes posible. ¿Qué lado tienen? ¿Cuántas hacen falta?

Tipo 9 · Problemas de m.c.m.: volver a coincidir

Teoría resumida

Pistas de **m.c.m.**: *¿cuándo vuelven a coincidir?*, *a la vez*, *lo mínimo para tener la misma cantidad*, *cada cierto tiempo*. El resultado es **más grande** (o igual) que los datos.

Para ayudarle: Las palabras clave son *«vuelven a coincidir»*, *«a la vez»*, *«cada cierto tiempo»*. El resultado es **mayor** que los datos. Y el m.c.m. muchas veces no es la respuesta final: hay que sumarlo a una hora o dividirlo.

Ejemplo resuelto

Dos luces intermitentes se encienden a la vez. Una parpadea cada 8 segundos y la otra, cada 12 segundos. ¿Cuántos segundos pasan hasta que vuelven a encenderse a la vez?
Solución: buscamos el *primer momento* que sea múltiplo de 8 y de 12: m.c.m. $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \cdot 3$ $\Rightarrow$ m.c.m. $= 2^3 \cdot 3 = 24$. Vuelven a coincidir a los **24 segundos**. Comprobación: $24 : 8 = 3$ y $24 : 12 = 2$ (la primera habrá parpadeado 3 veces y la segunda, 2).

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) Dos líneas de autobús salen de la misma plaza a las 10:00. Una sale cada 16 minutos y la otra, cada 24. ¿A qué hora vuelven a salir juntas?

P2) Las magdalenas se venden en bolsas de 12 y las servilletas, en paquetes de 15. ¿Cuántas bolsas y cuántos paquetes hay que comprar, como mínimo, para tener las mismas magdalenas que servilletas?

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★★ Dos autobuses salen de la misma parada a las 8:00. Uno pasa cada 12 minutos y el otro, cada 18 minutos. ¿A qué hora vuelven a coincidir?

b) ★★ Las salchichas vienen en paquetes de 8 y los panecillos, en bolsas de 6. ¿Cuántos paquetes y bolsas hay que comprar, como mínimo, para tener las mismas salchichas que panecillos?

c) ★★ Tres faros se encienden cada 10, 15 y 25 segundos. Si se acaban de encender a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?

d) ★★★ Ana va a la piscina cada 4 días y Luis, cada 6 días. Coincidieron el lunes día 1. ¿Qué día del mes y de la semana vuelven a coincidir?

Tipo 10 · Razonar con factores primos

Teoría resumida

Cuadrado perfecto: exponentes pares. **Cubo perfecto:** exponentes múltiplos de 3. Para conseguirlo, multiplica por lo que falta.
Truco útil: para dos números, m.c.d. · m.c.m. = producto de los dos números.

Para ayudarle: Que descomponga el número y **mire qué exponentes «no cuadran»**. Se multiplica justo por lo que falta, ni más ni menos: así sale el menor número posible.

Ejemplo resuelto

¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 20 para obtener un cuadrado perfecto?
Solución: $20 = 2^2 \cdot 5$. El exponente del 2 es par, pero el del 5 es 1 (impar). Falta otro 5 para que todos los exponentes sean pares: multiplicamos por **5**. $20 \cdot 5 = 100 = 2^2 \cdot 5^2 = 10^2$.

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 72 para obtener un cuadrado perfecto?

P2) El m.c.d. de dos números es 5 y su m.c.m. es 150. Si uno de ellos es 30, ¿cuál es el otro? (Recuerda: m.c.d. · m.c.m. = producto de los dos números.)

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 12 para obtener un cuadrado perfecto?

b) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 18 para obtener un cubo perfecto?

c) ★★ El m.c.d. de dos números es 6 y su m.c.m. es 72. Si uno de ellos es 18, ¿cuál es el otro?

d) ★★★ Un número tiene exactamente 6 factores y dos de ellos son 3 y 4. Haz una lista de todos sus factores.

Errores frecuentes · Encuentra el error

Cómo se hace

Cada ejercicio está resuelto con **un error**. **1.** Marca el paso equivocado. **2.** Explica qué está mal. **3.** Resuélvelo bien en el recuadro.

E1) ¿Es 91 un número primo?

Así lo resolvió un alumno: 91 no se puede dividir entre 2 (es impar), ni entre 3 ($9+1=10$), ni entre 5 (no acaba en 0 ni en 5). **Por tanto, 91 es primo.**

E2) Descompón 84 en factores primos.

Así lo resolvió un alumno:

84	2
42	2
21	3
7	

$84 = 2^2 \cdot 3$

E3) Calcula $\sqrt{1764}$ mediante la factorización.

Así lo resolvió un alumno: $1764 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{1764} = 1764 : 2 = 882$

E4) Calcula $\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^3}$.

Así lo resolvió un alumno: $\sqrt[3]{2^6 \cdot 3^3} = 2^{6-3} \cdot 3^{3-3} = 2^3 \cdot 3^0 = 8$

E5) ¿Entre qué dos números naturales está $\sqrt{40}$? ¿De cuál está más cerca?

Así lo resolvió un alumno: $36 < 40 < 49$, así que $\sqrt{40}$ está entre 6 y 7. Está **más cerca de 7**, porque 40 está más cerca de 49.

E6) Calcula el m.c.d. de 72 y 108.

Así lo resolvió un alumno: $72 = 2^3 \cdot 3^2$ $108 = 2^2 \cdot 3^3$ m.c.d. $= 2^3 \cdot 3^3 = 216$

E7) Calcula el m.c.m. de 12 y 18.

Así lo resolvió un alumno: $12 = 2^2 \cdot 3$ $18 = 2 \cdot 3^2$ m.c.m. $= 2 \cdot 3 = 6$

E8) Dos autobuses salen juntos de la misma parada a las 8:00. Uno pasa cada 12 minutos y el otro, cada 18. ¿A qué hora vuelven a coincidir?

Así lo resolvió un alumno: m.c.d.$(12, 18) = 6 \Rightarrow$ vuelven a coincidir a las **8:06**.

E9) Una cartulina de 60 cm por 36 cm se corta en cuadrados iguales, lo más grandes posible, sin que sobre nada. ¿Cuántos cuadrados salen?

Así lo resolvió un alumno: m.c.d.$(60, 36) = 12$ cm. Número de cuadrados: $60 \cdot 36 : 12 = 180$ cuadrados.

E10) El m.c.d. de dos números es 6 y su m.c.m. es 72. Si uno de ellos es 18, ¿cuál es el otro?

Así lo resolvió un alumno: El otro es $72 : 18 = 4$.

Cierre · Lo juntamos todo

• **Para empezar** (dos ejercicios como el del ejemplo)

P1) En un colegio van de excursión 90 alumnos de 1.º y 108 de 2.º. Se forman grupos con el mismo número de alumnos, sin mezclar cursos, y lo más grandes posible. a. ¿Cuántos alumnos tiene cada grupo? b. ¿Cuántos grupos hay en total? c. Cada autobús lleva 2 grupos. ¿Cuántos autobuses hacen falta?

P2) Un ferry sale de un puerto cada 40 minutos y otro, cada 50 minutos. A las 8:00 salen los dos a la vez. a. ¿A qué hora vuelven a salir juntos? b. ¿Cuántas salidas ha hecho cada ferry hasta entonces (contando la salida conjunta, pero no la de las 8:00)? c. ¿A qué hora salen juntos por tercera vez después de las 8:00?

• **Practica** (de menos a más difícil)

a) ★★ Un jardín rectangular mide 84 m por 60 m. Queremos plantar árboles alrededor, a la misma distancia unos de otros, lo más separados posible y con un árbol en cada esquina. ¿A qué distancia irán? ¿Cuántos árboles hacen falta?

Resumen · ¿m.c.d. o m.c.m.?

m.c.d.	**m.c.m.**
Factores **comunes** con el **menor** exponente	**Todos** los factores con el **mayor** exponente
Repartir, cortar, lo más grande posible	Coincidir, a la vez, lo mínimo para igualar
Resultado menor o igual que los datos	Resultado mayor o igual que los datos
Completa con un ejemplo: _____	Completa con un ejemplo: _____

¿Cómo lo llevo? Marca con una X en cada fila.

	Lo domino	Casi	A repasar
1–2. Primos y descomposición en factores			
3–5. Raíces cuadradas y cúbicas			
6–7. Calcular el m.c.d. y el m.c.m.			
8–9. Saber si un problema es de m.c.d. o de m.c.m.			
10. Razonar con factores primos			

Repaso final

Nombre: _____ Fecha: _____

Instrucciones

Hazlo cuando hayas terminado todos los tipos. Escribe cada ejercicio dentro de su recuadro, dejando los pasos y sin calculadora. Después, corrígelo con el solucionario y vuelve a la teoría de los tipos en los que hayas fallado.

Tipo 1 · ¿Primo o compuesto?

1) ★ ¿Son primos o compuestos? 57 y 61

2) ★★ ¿Son primos o compuestos? 121 y 101

3) ★★ Escribe todos los números primos entre 40 y 60.

4) ★★★ Si n es natural y $n \cdot (n+16)$ es primo, ¿de qué número primo se trata?

Tipo 2 · Descomposición en factores primos

5) ★ Descompón 90 y 132.

6) ★★ Descompón 500.

7) ★★ Descompón 2310.

8) ★★★ Con 60 cubos de 1 cm, ¿qué prismas con todos los lados mayores que 1 cm puedes construir? Encuéntralos todos.

Tipo 3 · Raíz cuadrada

9) ★ $\sqrt{256}$ mediante factorización.

10) ★★ $\sqrt{3600}$

11) ★★ $\sqrt{4356}$

12) ★★★ $\sqrt{44\,100}$

Tipo 4 · Raíz cúbica

13) ★ $\sqrt[3]{343}$ y $\sqrt[3]{729}$

14) ★★ $\sqrt[3]{13\,824}$

15) ★★★ Sabiendo que $421\,875 = 3^3 \cdot 5^6$, halla su raíz cúbica sin calculadora.

Tipo 5 · Estimar raíces

16) ★ ¿Entre qué dos naturales están $\sqrt{20}$ y $\sqrt{120}$? ¿De cuál están más cerca?

17) ★★ Estima $\sqrt[3]{10}$ y $\sqrt[3]{500}$.

18) ★★★ Un cuadrado tiene 70 cm^2 de área. ¿Entre qué dos números enteros está la medida de su lado? ¿De cuál está más cerca?

Tipo 6 · m.c.d.

19) ★ m.c.d. (48, 72)

20) ★★ m.c.d. (105, 140)

21) ★★ m.c.d. (60, 84, 132)

22) ★★★ m.c.d. de $2^4 \cdot 5 \cdot 7$ y $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

Tipo 7 · m.c.m.

23) ★ m.c.m. (10, 15) y m.c.m. (14, 21)

24) ★★ m.c.m. (12, 16, 20)

25) ★★★ m.c.m. de $2^2 \cdot 3^3$ y $2^4 \cdot 3 \cdot 5$ (déjalo primero como producto de potencias).

Tipo 8 · Problemas de m.c.d.

26) ★★ Tenemos 48 fresas y 60 cerezas. Queremos repartirlas en el mayor número de platos iguales sin que sobre ninguna. ¿Cuántos platos? ¿Qué lleva cada uno?

27) ★★ Dos listones de 84 cm y 140 cm se cortan en trozos iguales, lo más largos posible, sin que sobre madera. ¿Cuánto mide cada trozo? ¿Cuántos trozos salen?

28) ★★★ Tres cajas tienen 120, 180 y 240 cromos. Queremos hacer paquetes iguales, lo más grandes posible, sin mezclar cajas y sin que sobre ninguno. ¿Cuántos cromos lleva cada paquete? ¿Cuántos paquetes salen?

Tipo 9 · Problemas de m.c.m.

29) ★ Dos alarmas suenan cada 15 y cada 20 minutos. Si acaban de sonar a la vez, ¿cuándo vuelven a coincidir?

30) ★★ Los vasos vienen en cajas de 6 y los platos, en cajas de 9. ¿Cuántas cajas de cada hay que comprar, como mínimo, para tener los mismos vasos que platos?

31) ★★ Tres campanas suenan cada 6, 8 y 10 minutos. Han sonado juntas a las 12:00. ¿A qué hora vuelven a sonar juntas?

32) ★★★ Busca un número entre 50 y 100 que sea divisible entre 4, entre 6 y entre 9.

Tipo 10 · Razonar con factores primos

33) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 50 para obtener un cuadrado perfecto?

34) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 24 para obtener un cubo perfecto?

35) ★★ El m.c.d. de dos números es 4 y su m.c.m. es 48. Si uno es 12, ¿cuál es el otro?

36) ★★★ Un número tiene exactamente 6 factores y dos de ellos son 4 y 5. Haz una lista de todos sus factores.

Problemas finales

37) ★★ Dos ciclistas dan vueltas a una pista. Uno tarda 45 segundos en cada vuelta y el otro, 60 segundos. Salen juntos de la meta. ¿Cuánto tardan en volver a coincidir en la meta? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?

38) ★★ Un pastelero tiene una bandeja con 96 pasteles y otra con 120. Quiere guardarlos en cajas iguales, con el mayor número posible de pasteles, sin mezclar bandejas y sin que sobre ninguno. ¿Cuántos pasteles lleva cada caja? ¿Cuántas cajas necesita?

Tema 1 · Números primos, raíces, m.c.d. y m.c.m. · Examen de práctica · Modelo A

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

Nota

_____

Instrucciones

Hay 5 preguntas y cada una vale **2 puntos**; los apartados indican su puntuación. Responde dentro de los recuadros y **deja todos los pasos**: un resultado sin procedimiento no puntúa completo. No se puede usar calculadora. Simplifica siempre los resultados.

Pregunta 1 — 2 puntos

Números primos, factorización y estimación.

a) **(0,5 p)** ¿Son primos o compuestos? Justifica: 97 y 133

b) **(1 p)** Descompón 1260 en factores primos y escríbelo con potencias.

c) **(0,5 p)** ¿Entre qué dos números naturales está $\sqrt{40}$? ¿De cuál está más cerca?

Pregunta 2 — 2 puntos

Raíces mediante factorización.

a) **(0,75 p)** Calcula $\sqrt{1225}$ mediante la descomposición en factores primos.

b) **(0,75 p)** Calcula $\sqrt[3]{27\,000}$ mediante la descomposición en factores primos.

c) **(0,5 p)** ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 75 para obtener un cuadrado perfecto?

Pregunta 3 — 2 puntos

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

a) **(1 p)** Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de 72 y 108.

b) **(1 p)** Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de 42, 70 y 105.

Pregunta 4 — 2 puntos

Una florista tiene 72 rosas y 48 claveles. Quiere hacer el mayor número posible de ramos iguales, con rosas y claveles en cada uno, sin que sobre ninguna flor.

a) **(1,25 p)** ¿Cuántos ramos puede hacer? Explica si has usado el m.c.d. o el m.c.m. y por qué.

b) **(0,75 p)** ¿Cuántas rosas y cuántos claveles lleva cada ramo?

Pregunta 5 — 2 puntos

Tres semáforos cambian de color cada 30, 45 y 60 segundos, respectivamente. A las 10:00 en punto han cambiado los tres a la vez.

a) **(1,25 p)** ¿Cuántos segundos pasan hasta que vuelven a cambiar a la vez? Explica si has usado el m.c.d. o el m.c.m.

b) **(0,75 p)** ¿A qué hora vuelven a cambiar a la vez por quinta vez después de las 10:00?

Fin del examen · Modelo A

Tema 1 · Números primos, raíces, m.c.d. y m.c.m. · Examen de práctica · Modelo B

Nombre: _____

Curso: _____ Fecha: _____

Nota

_____

Instrucciones

Hay 5 preguntas y cada una vale **2 puntos**; los apartados indican su puntuación. Responde dentro de los recuadros y **deja todos los pasos**: un resultado sin procedimiento no puntúa completo. No se puede usar calculadora. Simplifica siempre los resultados.

Pregunta 1 — 2 puntos

Números primos, factorización y estimación.

a) **(0,5 p)** ¿Son primos o compuestos? Justifica: 89 y 119

b) **(1 p)** Descompón 1980 en factores primos y escríbelo con potencias.

c) **(0,5 p)** ¿Entre qué dos números naturales está $\sqrt[3]{70}$? ¿De cuál está más cerca?

Pregunta 2 — 2 puntos

Raíces mediante factorización.

a) **(0,75 p)** Calcula $\sqrt{1936}$ mediante la descomposición en factores primos.

b) **(0,75 p)** Calcula $\sqrt[3]{64\,000}$ mediante la descomposición en factores primos.

c) **(0,5 p)** ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 98 para obtener un cuadrado perfecto?

Pregunta 3 — 2 puntos

Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.

a) **(1 p)** Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de 90 y 126.

b) **(1 p)** Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de 30, 45 y 75.

Pregunta 4 — 2 puntos

Un carpintero tiene dos tablones de 180 cm y 240 cm. Quiere cortarlos en trozos iguales, lo más largos posible, sin que sobre madera.

a) **(1,25 p)** ¿Cuánto mide cada trozo? Explica si has usado el m.c.d. o el m.c.m. y por qué.

b) **(0,75 p)** ¿Cuántos trozos obtiene en total?

Pregunta 5 — 2 puntos

Los autobuses de la línea A salen cada 20 minutos y los de la línea B, cada 25 minutos. A las 7:00 salen juntos de la misma parada.

a) **(1,25 p)** ¿A qué hora vuelven a salir juntos por primera vez? Explica si has usado el m.c.d. o el m.c.m.

b) **(0,75 p)** ¿A qué hora salen juntos por tercera vez después de las 7:00?

Fin del examen · Modelo B

Solucionario

Para la familia: úselo para corregir *después* de que su hijo haya hecho los ejercicios.

Tipo 1 · ¿Primo o compuesto?

P1) a. $6+9=15$, múltiplo de 3 $\Rightarrow 69=3\cdot 23$, **compuesto**. b. $8^2=64<71<81$: pruebo 2, 3, 5 y 7 y ninguno lo divide $\Rightarrow$ **primo**.

P2) El primo es **79**. $77=7\cdot 11$, $81=9\cdot 9$ (múltiplo de 3), $85=5\cdot 17$ (acaba en 5).

a) $5+1=6$, múltiplo de 3 $\Rightarrow 51=3\cdot 17$, compuesto.

b) Pruebo 2, 3, 5 y 7 ($7^2=49<59<64$): ninguno divide $\Rightarrow$ primo.

c) $12^2=144>143$, así que pruebo hasta 11: $143=11\cdot 13$, compuesto.

d) Descarto pares, los acabados en 5 y los múltiplos de 3 (81, 87, 93, 99). Pruebo el 7 con lo que queda: $91=7\cdot 13$. Quedan **83, 89 y 97**.

e) No. Todos los primos mayores que 2 son impares, e impar + impar = par. Un número par mayor que 2 es divisible por 2, así que es compuesto. Ejemplo: $3+5=8$.

Tipo 2 · Descomposición en factores primos

P1) $150=2\cdot 3\cdot 5^2$ $(150\to 75\to 25\to 5\to 1)$.

P2) $924=2^2\cdot 3\cdot 7\cdot 11$ $(924\to 462\to 231\to 77\to 11\to 1)$. Comprobación: $4\cdot 3\cdot 7\cdot 11=924$.

a) $60=2^2\cdot 3\cdot 5$

b) $84=2^2\cdot 3\cdot 7$

c) $360=2^3\cdot 3^2\cdot 5$.

d) $1008=2^4\cdot 3^2\cdot 7$ $(1008\to 504\to 252\to 126\to 63\to 21\to 7\to 1)$.

e) $105=3\cdot 5\cdot 7$: solo hay tres primos y hacen falta tres medidas mayores que 1, así que **solo hay un prisma:** $3\times 5\times 7$.

Tipo 3 · Cuadrados perfectos y raíz cuadrada

P1) $576=2^6\cdot 3^2\Rightarrow \sqrt{576}=2^3\cdot 3=24$.

P2) $7056=2^4\cdot 3^2\cdot 7^2$: todos los exponentes son pares, así que es cuadrado perfecto. $\sqrt{7056}=2^2\cdot 3\cdot 7=84$.

a) $144=2^4\cdot 3^2\Rightarrow 2^2\cdot 3=12$

b) $324=2^2\cdot 3^4\Rightarrow 2\cdot 3^2=18$

c) $1296=2^4\cdot 3^4\Rightarrow 2^2\cdot 3^2=36$

d) $2025=3^4\cdot 5^2\Rightarrow 3^2\cdot 5=45$.

e) Todos los exponentes son pares, así que es cuadrado perfecto: $\sqrt{11\,025}=3\cdot 5\cdot 7=105$.

Tipo 4 · Cubos perfectos y raíz cúbica

P1) $2744=2^3\cdot 7^3\Rightarrow \sqrt[3]{2744}=2\cdot 7=14$.

P2) $9261=3^3\cdot 7^3\Rightarrow \sqrt[3]{9261}=3\cdot 7=21$.

a) $216=2^3\cdot 3^3\Rightarrow 6$

b) $1000=2^3\cdot 5^3\Rightarrow 10$

c) $4096=2^{12}\Rightarrow 2^4=16$.

d) $10\,648=2^3\cdot 11^3\Rightarrow 22$

e) $2\cdot 3\cdot 7=42$

Tipo 5 · Estimar raíces sin calculadora

P1) $25<28<36$: $\sqrt{28}$ está entre 5 y 6, más cerca de 5. $100<105<121$: $\sqrt{105}$ está entre 10 y 11, más cerca de 10.

P2) $8<20<27$: $\sqrt[3]{20}$ está entre 2 y 3, más cerca de 3. $216<300<343$: $\sqrt[3]{300}$ está entre 6 y 7, más cerca de 7.

a) $49<50<64$: entre 7 y 8, más cerca de 7.

b) $81<95<100$: entre 9 y 10, más cerca de 10.

c) $27<30<64$: entre 3 y 4, casi 3.

d) $64<100<125$: entre 4 y 5, más cerca de 5.

e) $7{,}5^2=56{,}25<60$, así que $\sqrt{60}>7{,}5$. Además, $125<200<216$, así que $\sqrt[3]{200}$ está entre 5 y 6. Orden: $\sqrt[3]{200}<7{,}5<\sqrt{60}$.

Tipo 6 · Máximo común divisor (m.c.d.)

P1) $32=2^5$, $80=2^4\cdot 5$ $\Rightarrow$ m.c.d. $=2^4=16$.

P2) $66=2\cdot 3\cdot 11$, $110=2\cdot 5\cdot 11$, $154=2\cdot 7\cdot 11$ $\Rightarrow$ m.c.d. $=2\cdot 11=22$ (el 3, el 5 y el 7 no están en los tres).

a) $24=2^3\cdot 3$, $36=2^2\cdot 3^2\Rightarrow 2^2\cdot 3=12$

b) Son primos distintos: no tienen factores comunes $\Rightarrow$ m.c.d. $=1$.

c) $84=2^2\cdot 3\cdot 7$, $126=2\cdot 3^2\cdot 7\Rightarrow 2\cdot 3\cdot 7=42$

d) $90=2\cdot 3^2\cdot 5$, $150=2\cdot 3\cdot 5^2$, $210=2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\Rightarrow 2\cdot 3\cdot 5=30$

e) Comunes: 2 y 3, con el menor exponente: $2^2\cdot 3^2=36$.

Tipo 7 · Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

P1) $16=2^4$, $24=2^3\cdot 3$ $\Rightarrow$ m.c.m. $=2^4\cdot 3=48$.

P2) $9=3^2$, $15=3\cdot 5$, $21=3\cdot 7$ $\Rightarrow$ m.c.m. $=3^2\cdot 5\cdot 7=315$.

a) 24

b) 36

c) $20=2^2\cdot 5$, $45=3^2\cdot 5\Rightarrow 2^2\cdot 3^2\cdot 5=180$

d) $8=2^3$, $12=2^2\cdot 3$, $18=2\cdot 3^2\Rightarrow 2^3\cdot 3^2=72$

e) $2^3\cdot 3^2\cdot 5\cdot 7=2520$.

Tipo 8 · Problemas de m.c.d.: repartir y cortar

P1) m.c.d.$(96,56)=8$ cm de lado. A lo largo:

$96 : 8 = 12$; a lo ancho: $56 : 8 = 7$. $12 \cdot 7 = 84$ cuadrados.

P2) m.c.d.$(36, 60, 84) = 12$ estanterías. Cada una lleva $36 : 12 = 3$ de aventuras, $60 : 12 = 5$ de misterio y $84 : 12 = 7$ de ciencia.

a) m.c.d.$(18, 24) = 6$ grupos, con 3 chicos y 4 chicas en cada uno.

b) m.c.d.$(24, 36) = 12$ lotes, con 2 rotuladores y 3 lápices en cada uno.

c) m.c.d.$(90, 126) = 18$ cm; $5 + 7 = 12$ trozos.

d) m.c.d.$(360, 270) = 90$ cm; $4 \cdot 3 = 12$ baldosas.

Tipo 9 · Problemas de m.c.m.: volver a coincidir

P1) m.c.m.$(16, 24) = 48$ min $\Rightarrow$ vuelven a salir juntas a las **10:48**.

P2) m.c.m.$(12, 15) = 60$. Bolsas: $60 : 12 = 5$. Paquetes: $60 : 15 = 4$. Hay que comprar **5 bolsas y 4 paquetes** (60 de cada cosa).

a) m.c.m.$(12, 18) = 36$ min $\Rightarrow$ a las **8:36**.

b) m.c.m.$(8, 6) = 24$: 3 paquetes de salchichas y 4 bolsas de panecillos.

c) m.c.m.$(10, 15, 25) = 150$ s $= 2$ min 30 s.

d) m.c.m.$(4, 6) = 12$ días $\Rightarrow$ día **13**. Como $12 = 7 + 5$, es 5 días de la semana después del lunes: **sábado**.

Tipo 10 · Razonar con factores primos

P1) $72 = 2^3 \cdot 3^2$: el exponente del 2 es impar. Falta un 2: se multiplica por **2**. $72 \cdot 2 = 144 = 12^2$.

P2) $5 \cdot 150 = 750$ y $750 : 30 = 25$. Comprobación: m.c.d.$(30, 25) = 5$ y m.c.m.$(30, 25) = 150$.

a) $12 = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow$ multiplicar por **3** ($36 = 6^2$).

b) $18 = 2 \cdot 3^2 \Rightarrow$ falta $2^2 \cdot 3 =$ **12** ($216 = 6^3$).

c) $6 \cdot 72 = 432$; $432 : 18 =$ **24**. Comprobación: m.c.d.$(18, 24) = 6$ y m.c.m.$(18, 24) = 72$.

d) Si 3 y 4 son factores, el número es múltiplo de 12. El 12 tiene justo 6 factores: **1, 2, 3, 4, 6, 12**. Cualquier otro múltiplo de 12 tiene más (24 tiene 8).

Errores frecuentes

E1) Se ha parado antes de tiempo: hay que probar los primos hasta 7, porque $7^2 = 49 < 91 < 100$. Y $91 = 7 \cdot 13$: **es compuesto**.

E2) La escalera no ha llegado a 1: falta dividir 7 entre 7. $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$. Comprobación: $2^2 \cdot 3 = 12 \neq 84$.

E3) Hay que dividir entre 2 los *exponentes*, no el número: $\sqrt{1764} = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$. Comprobación: 882^2 es muchísimo mayor que 1764.

E4) En la raíz cúbica los exponentes se *dividen* entre 3, no se les resta 3: $2^2 \cdot 3 = 12$. Comprobación: $12^3 = 1728 = 2^6 \cdot 3^3$.

E5) La primera parte está bien, pero 40 está a 4 de 36 y a 9 de 49: está más cerca de 36, así que $\sqrt{40}$ está **más cerca de 6** (vale 6,3…).

E6) Ha cogido el *mayor* exponente, que es la regla del m.c.m. Para el m.c.d.: comunes con el menor exponente, $2^2 \cdot 3^2 = 36$. Además, el m.c.d. no puede ser mayor que los números.

E7) Ha cogido los comunes con el menor exponente, que es la regla del m.c.d. Para el m.c.m.: todos con el mayor exponente, $2^2 \cdot 3^2 = 36$. El m.c.m. no puede ser menor que los números.

E8) Es un problema de m.c.m.: buscamos el primer momento que es múltiplo de los dos. A las 8:06 ninguno ha vuelto a pasar todavía. m.c.m.$(12, 18) = 36 \Rightarrow$ **8:36**.

E9) El lado (12 cm) está bien, pero ha dividido el área entre el *lado*, no entre el área de un cuadrado. Con el dibujo: $60 : 12 = 5$ a lo largo y $36 : 12 = 3$ a lo ancho, **15 cuadrados** (o $2160 : 144 = 15$).

E10) Se usa que m.c.d.·m.c.m. = producto de los dos números: $6 \cdot 72 = 432$, y $432 : 18 =$ **24**. Además, 4 no puede ser: el m.c.d. (6) tiene que dividir a los dos números.

Cierre

P1) a. $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $108 = 2^2 \cdot 3^3 \Rightarrow$ m.c.d. $= 2 \cdot 3^2 = 18$ alumnos por grupo. b. $90 : 18 = 5$ grupos de 1.º y $108 : 18 = 6$ de 2.º: **11 grupos**. c. $11 : 2 = 5{,}5$: hacen falta **6 autobuses**.

P2) a. $40 = 2^3 \cdot 5$, $50 = 2 \cdot 5^2 \Rightarrow$ m.c.m. $= 2^3 \cdot 5^2 = 200$ min $= 3$ h 20 min: a las **11:20**. b. $200 : 40 = 5$ salidas y $200 : 50 = 4$ salidas. c. $3 \cdot 200 = 600$ min $= 10$ h: a las **18:00**.

a) m.c.d.$(84, 60) = 12$ m. Perímetro: $2 \cdot (84 + 60) = 288$ m; $288 : 12 =$ **24 árboles**. Error típico: sumar 1, como si fuera una fila abierta.

Repaso final

1) $57 = 3 \cdot 19$ compuesto; 61 primo **2)** $121 = 11^2$ compuesto; 101 primo (pruebo 2, 3, 5, 7) **3)** 41, 43, 47, 53, 59 **4)** $n = 1 \Rightarrow 1 \cdot 17 =$ **17**

5) $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $132 = 2^2 \cdot 3 \cdot 11$ **6)** $500 = 2^2 \cdot 5^3$ **7)** $2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$

8) $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$: $2 \times 2 \times 15$, $2 \times 3 \times 10$, $2 \times 5 \times 6$ y $3 \times 4 \times 5$ (4 prismas).

9) $256 = 2^8 \Rightarrow 2^4 = 16$ **10)** $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \Rightarrow 60$
11) $4356 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^2 \Rightarrow 66$ **12)** $44\,100 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2 \Rightarrow 210$

13) 7 y 9 ($729 = 3^6$) **14)** $13\,824 = 2^9 \cdot 3^3 \Rightarrow 2^3 \cdot 3 = 24$
15) $3 \cdot 5^2 = 75$

16) $\sqrt{20}$: entre 4 y 5, cerca de 4; $\sqrt{120}$: entre 10 y 11, cerca de 11 **17)** $\sqrt[3]{10} \approx 2$; $\sqrt[3]{500} \approx 8$ ($343 < 500 < 512$)
18) El lado es $\sqrt{70}$: $64 < 70 < 81 \Rightarrow$ entre 8 y 9 cm, más cerca de 8.

19) 24 **20)** $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \Rightarrow 35$ **21)** $2^2 \cdot 3 = 12$ **22)** $2^2 \cdot 5 = 20$

23) 30 y 42 **24)** $2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$ **25)** $2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 = 2160$

26) 12 platos, con 4 fresas y 5 cerezas **27)** 28 cm; $3 + 5 = 8$ trozos **28)** m.c.d.$(120, 180, 240) = 60$ cromos por paquete; $2 + 3 + 4 = 9$ paquetes

29) 60 min **30)** m.c.m. 18: 3 cajas de vasos y 2 de platos **31)** m.c.m.$(6, 8, 10) = 120$ min $\Rightarrow$ 14:00 **32)** m.c.m.$(4, 6, 9) = 36$; entre 50 y 100, el **72**

33) $50 = 2 \cdot 5^2 \Rightarrow$ 2 ($100 = 10^2$) **34)** $24 = 2^3 \cdot 3 \Rightarrow 3^2 = 9$ ($216 = 6^3$) **35)** $4 \cdot 48 : 12 = 16$ **36)** El 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20

37) m.c.m.$(45, 60) = 180$ s $= 3$ min; 4 vueltas el primero y 3 el segundo **38)** m.c.d.$(96, 120) = 24$ pasteles por caja; $4 + 5 = 9$ cajas

Examen A

Pregunta 1.

a) 97: pruebo 2, 3, 5 y 7 ($7^2 = 49 < 97 < 100$) y ninguno lo divide $\Rightarrow$ **primo**. $133 = 7 \cdot 19 \Rightarrow$ **compuesto**. (0,5 p)

b) $1260 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ ($1260 \to 630 \to 315 \to 105 \to 35 \to 7 \to 1$). (1 p)

c) $36 < 40 < 49 \Rightarrow 6 < \sqrt{40} < 7$, más cerca de **6**. (0,5 p)

Pregunta 2.

a) $1225 = 5^2 \cdot 7^2 \Rightarrow \sqrt{1225} = 5 \cdot 7 = \mathbf{35}$. (0,75 p)

b) $27\,000 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3 \Rightarrow \sqrt[3]{27\,000} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = \mathbf{30}$. (0,75 p)

c) $75 = 3 \cdot 5^2$: el 3 tiene exponente impar. Hay que multiplicar por **3** ($225 = 15^2$). (0,5 p)

Pregunta 3.

a) $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $108 = 2^2 \cdot 3^3$. m.c.d. $= 2^2 \cdot 3^2 = \mathbf{36}$; m.c.m. $= 2^3 \cdot 3^3 = \mathbf{216}$. (1 p)

b) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$, $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$, $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$. m.c.d. $=$ **7**; m.c.m. $= 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = \mathbf{210}$. (1 p)

Pregunta 4.

a) Es de m.c.d.: buscamos un número que divida a 72 y a 48, lo mayor posible. $72 = 2^3 \cdot 3^2$, $48 = 2^4 \cdot 3 \Rightarrow$ m.c.d. $= 2^3 \cdot 3 =$ **24 ramos**. (1,25 p)

b) $72 : 24 =$ **3 rosas** y $48 : 24 =$ **2 claveles** por ramo. (0,75 p)

Pregunta 5.

a) Es de m.c.m.: buscamos un múltiplo común, el primero. $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $45 = 3^2 \cdot 5$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow$ m.c.m. $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 =$ **180 s** (3 minutos). (1,25 p)

b) $5 \cdot 180 = 900$ s $= 15$ min $\Rightarrow$ a las **10:15**. (0,75 p)

Examen B

Pregunta 1.

a) 89: pruebo 2, 3, 5 y 7 ($7^2 = 49 < 89 < 100$) y ninguno lo divide $\Rightarrow$ **primo**. $119 = 7 \cdot 17 \Rightarrow$ **compuesto**. (0,5 p)

b) $1980 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ ($1980 \to 990 \to 495 \to 165 \to 55 \to 11 \to 1$). (1 p)

c) $64 < 70 < 125 \Rightarrow 4 < \sqrt[3]{70} < 5$, más cerca de **4**. (0,5 p)

Pregunta 2.

a) $1936 = 2^4 \cdot 11^2 \Rightarrow \sqrt{1936} = 2^2 \cdot 11 = \mathbf{44}$. (0,75 p)

b) $64\,000 = 2^9 \cdot 5^3 \Rightarrow \sqrt[3]{64\,000} = 2^3 \cdot 5 = \mathbf{40}$. (0,75 p)

c) $98 = 2 \cdot 7^2$: el 2 tiene exponente impar. Hay que multiplicar por **2** ($196 = 14^2$). (0,5 p)

Pregunta 3.

a) $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$. m.c.d. $= 2 \cdot 3^2 = \mathbf{18}$; m.c.m. $= 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = \mathbf{630}$. (1 p)

b) $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$, $45 = 3^2 \cdot 5$, $75 = 3 \cdot 5^2$. m.c.d. $= 3 \cdot 5 =$ **15**; m.c.m. $= 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 =$ **450**. (1 p)

Pregunta 4.

a) Es de m.c.d.: la medida tiene que caber exacta en 180 y en 240 y ser la mayor posible. $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow$ m.c.d. $= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 =$ **60 cm**. (1,25 p)

b) $180 : 60 = 3$ y $240 : 60 = 4 \Rightarrow$ **7 trozos**. (0,75 p)

Pregunta 5.

a) Es de m.c.m.: buscamos el primer múltiplo común. $20 = 2^2 \cdot 5$, $25 = 5^2 \Rightarrow$ m.c.m. $= 2^2 \cdot 5^2 = 100$ min $= 1$ h 40 min $\Rightarrow$ a las **8:40**. (1,25 p)

b) $3 \cdot 100 = 300$ min $= 5$ h $\Rightarrow$ a las **12:00**. (0,75 p)

¿Le cuesta algún tipo de ejercicio?

En un seminario online de 2 horas repasamos el tema completo con el Método Singapur, justo antes del examen.

www.tuprofedematematicassingapur.com