

Tema 1 · Números primos, raíces, m.c.d. y m.c.m.

Cuaderno de muestra gratuito

Seminario de 2 horas · Unidad 1 de *Piensa Infinito* (SM)

Nombre: _____

Fecha: _____

Cómo usar este cuaderno

- Está organizado por **tipos de ejercicio**. En cada tipo encontrarás:
 - **Del libro:** ejercicios de tu libro de texto (*Piensa Infinito*, SM). Aquí solo aparece su número: en el seminario los resolvemos juntos para entenderlos de verdad.
 - **En clase:** ejercicios nuevos de menos a más difícil: ★ fácil, ★★ medio, ★★★ reto.
- Al final está la **tarea para enviar**, con los mismos tipos de ejercicio.
- Escribe cada respuesta **dentro de su recuadro** . Deja siempre los pasos, no solo el resultado.
- En este seminario trabajamos **sin calculadora**.

Índice

Tipo 1 · ¿Primo o compuesto?	2
Tipo 2 · Descomposición en factores primos	4
Tipo 3 · Cuadrados perfectos y raíz cuadrada	6
Tipo 4 · Cubos perfectos y raíz cúbica	8
Tipo 5 · Estimar raíces sin calculadora	10
Tipo 6 · Máximo común divisor (m.c.d.)	12
Tipo 7 · Mínimo común múltiplo (m.c.m.)	14
Tipo 8 · Problemas de m.c.d.: repartir y cortar	16
Tipo 9 · Problemas de m.c.m.: volver a coincidir	18
Tipo 10 · Razonar con factores primos	20
Cierre · Lo juntamos todo	22
Tarea para enviar	24

¿Necesitas ayuda con las matemáticas de ESO?

Seminarios por tema con el Método Singapur, presenciales u online.

www.tuprofedematematicassingapur.com

Tipo 1 · ¿Primo o compuesto?

Recuerda

Un número **primo** tiene exactamente dos factores: el 1 y él mismo (2, 3, 5, 7, 11, 13...). Un número **compuesto** tiene más de dos. El 0 y el 1 no son ni primos ni compuestos.

División de prueba: divide entre los primos 2, 3, 5, 7, 11... cuyo cuadrado no pase del número. Si ninguno lo divide, es primo.

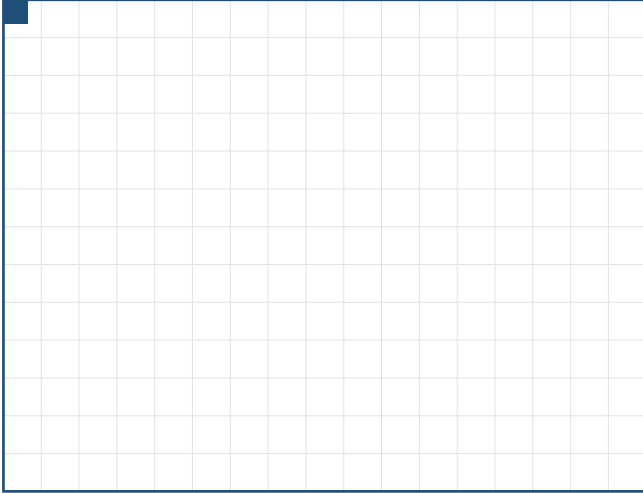
- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.1, ej. 1.

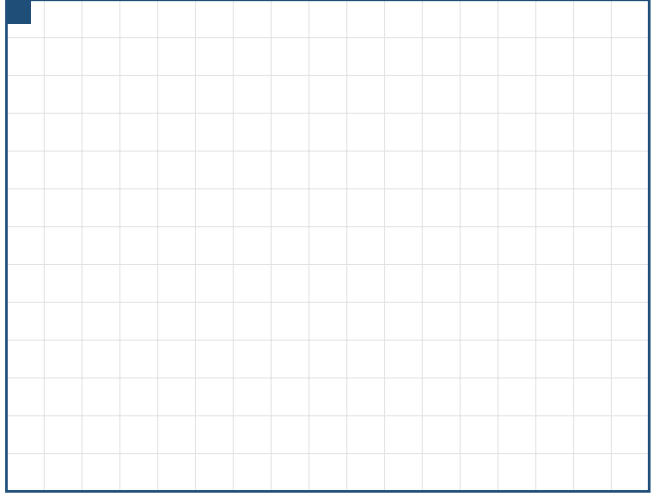
L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.1, ej. 3.

• **En clase** (de menos a más difícil)

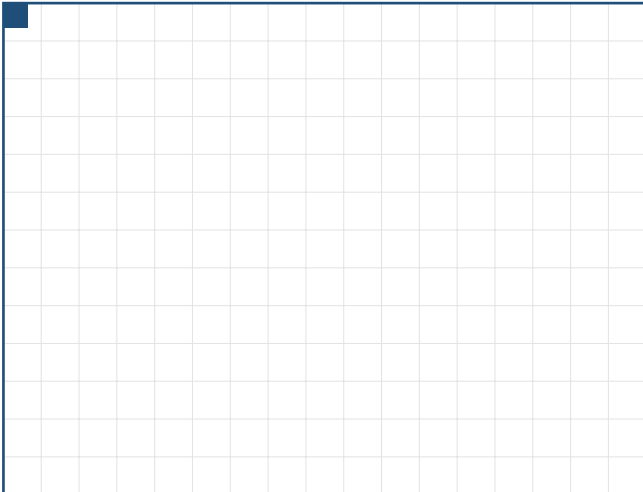
a) ★ ¿Es 51 primo o compuesto?



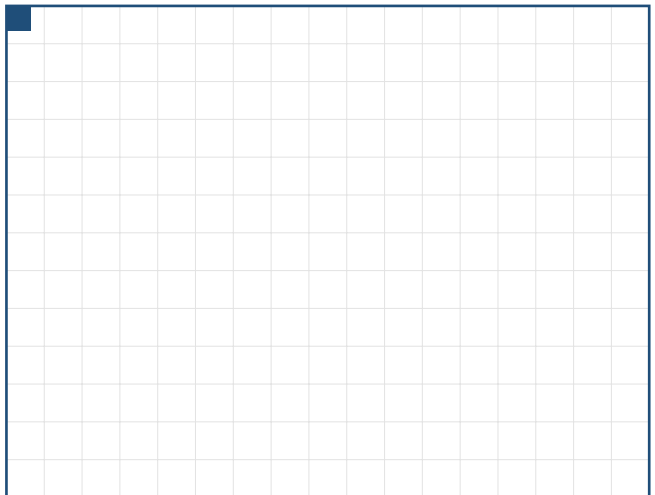
b) ★ ¿Es 59 primo o compuesto?



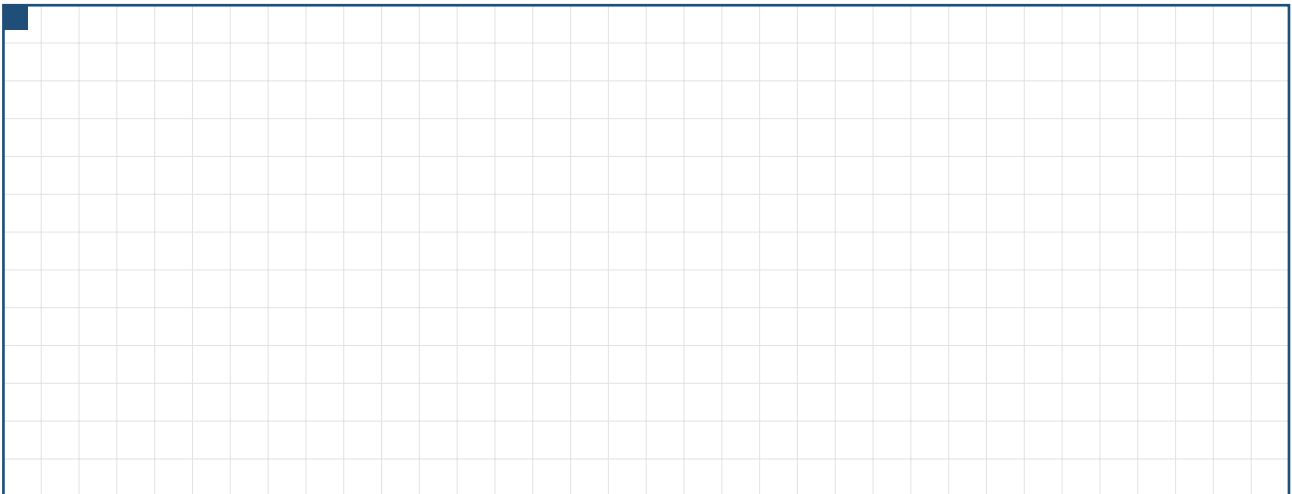
c) ★★ ¿Es 143 primo o compuesto?



d) ★★ Escribe todos los números primos entre 80 y 100.



e) ★★★ ¿Puede ser primo la suma de dos números primos mayores que 2? Explica por qué.



Tipo 2 · Descomposición en factores primos

Recuerda

Todo número compuesto se puede escribir como **producto de factores primos** de una única forma. Divide entre el menor primo posible y sigue hasta llegar a 1 (método de la escalera). Escribe el resultado con **potencias**: $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$.

60		2
30		2
15		3
5		5
1		

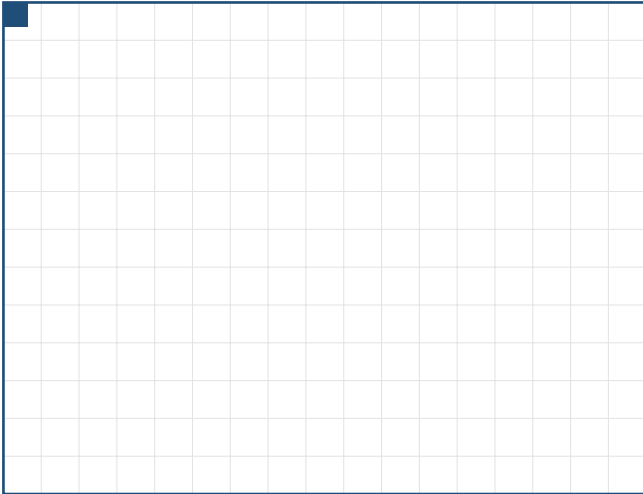
- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.1, ej. 4B y 4D.

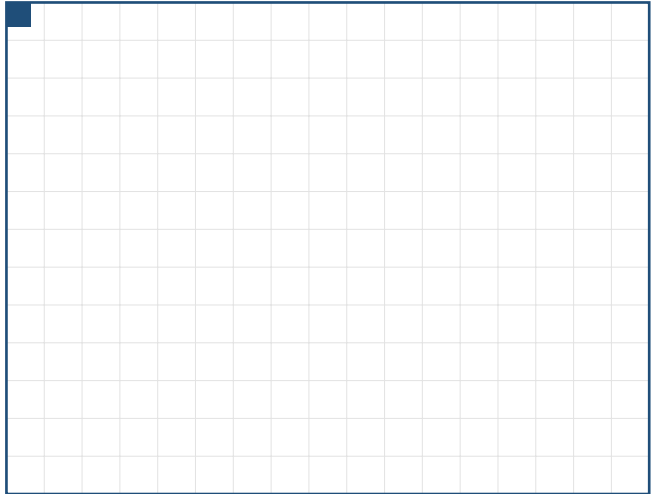
L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.1, ej. 9.

• **En clase** (de menos a más difícil)

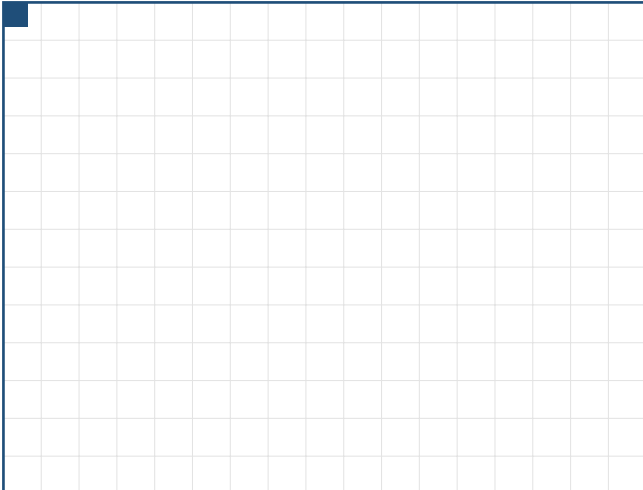
a) ★ Descompón 60.



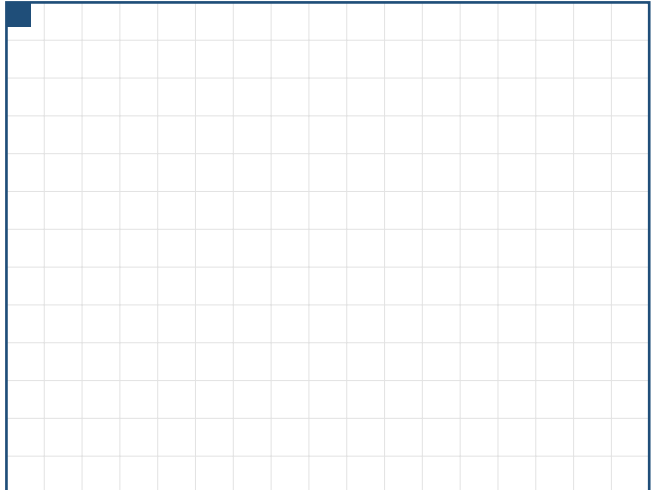
b) ★ Descompón 84.



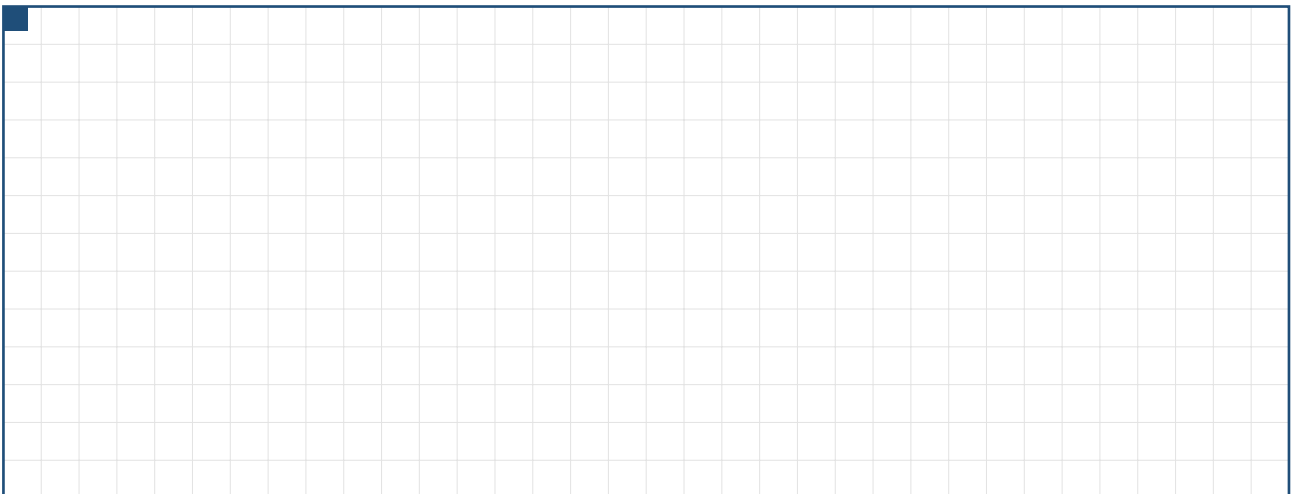
c) ★★ Descompón 360.



d) ★★ Descompón 1008.



e) ★★★ Marta usa 105 cubos de 1 cm de arista para construir un prisma rectangular en el que cada lado mide más de 1 cm. ¿Qué dimensiones tiene el prisma? ¿Hay más de una posibilidad?



Tipo 3 · Cuadrados perfectos y raíz cuadrada

Recuerda

Un **cuadrado perfecto** es el cuadrado de un número natural: 1, 4, 9, 16, 25... En su descomposición, **todos los exponentes son pares**.

Para hallar la raíz cuadrada, divide entre 2 cada exponente: $324 = 2^2 \cdot 3^4 \Rightarrow \sqrt{324} = 2 \cdot 3^2 = 18$.

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.2, ej. 1a.

L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.2, ej. 2a y 2c.

• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★ $\sqrt{144}$ mediante factorización.

b) ★ $\sqrt{324}$ mediante factorización.

c) ★★ $\sqrt{1296}$

d) ★★ $\sqrt{2025}$

e) ★★★ Sabiendo que $11\,025 = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$, halla $\sqrt{11\,025}$ sin calculadora y explica cómo sabes que es un cuadrado perfecto.

Tipo 4 · Cubos perfectos y raíz cúbica

Recuerda

Un **cubo perfecto** es el cubo de un número natural: 1, 8, 27, 64, 125... En su descomposición, **todos los exponentes son múltiplos de 3**.

Para hallar la raíz cúbica, divide entre 3 cada exponente: $216 = 2^3 \cdot 3^3 \Rightarrow \sqrt[3]{216} = 2 \cdot 3 = 6$.

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.2, ej. 3a y 3b.

L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.2, ej. 4a y 4c.

• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★ $\sqrt[3]{216}$ mediante factorización.

b) ★ $\sqrt[3]{1000}$ mediante factorización.

c) ★★ $\sqrt[3]{4096}$

d) ★★ $\sqrt[3]{10\,648}$

e) ★★★ Sabiendo que $74\,088 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^3$, halla $\sqrt[3]{74\,088}$ sin calculadora.

Tipo 5 · Estimar raíces sin calculadora

Recuerda

Busca los dos cuadrados (o cubos) perfectos entre los que está el número. $49 < 50 < 64 \Rightarrow 7 < \sqrt{50} < 8$, y como 50 está mucho más cerca de 49, $\sqrt{50} \approx 7$.

Cuadrados: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144... Cubos: 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000...

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.2, ej. 5a y 5b.

L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.2, ej. 5c y 5d.

• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★ ¿Entre qué dos números naturales está $\sqrt{50}$?
¿De cuál está más cerca?

b) ★ Lo mismo con $\sqrt{95}$.

c) ★★ Estima $\sqrt[3]{30}$.

d) ★★ Estima $\sqrt[3]{100}$.

e) ★★★ Ordena de menor a mayor sin calculadora: $\sqrt{60}$, $\sqrt[3]{200}$, 7,5

Tipo 6 · Máximo común divisor (m.c.d.)

Recuerda

El **m.c.d.** es el mayor número que divide a todos a la vez.

Con factores primos: toma **solo los factores comunes, con el menor exponente**. $18 = 2 \cdot 3^2$,
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \Rightarrow \text{m.c.d.} = 2 \cdot 3 = 6$.

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 3a y 1d.

L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 3c.

• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★ m.c.d. (24, 36)

b) ★ m.c.d. (17, 23)

c) ★★ m.c.d. (84, 126)

d) ★★ m.c.d. (90, 150, 210)

e) ★★★ Halla el m.c.d. de $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7$ sin calcular los números.

Tipo 7 · Mínimo común múltiplo (m.c.m.)

Recuerda

El **m.c.m.** es el menor número (distinto de cero) que es múltiplo de todos a la vez.
Con factores primos: toma **todos los factores, comunes y no comunes, con el mayor exponente**. $4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3 \Rightarrow \text{m.c.m.} = 2^2 \cdot 3 = 12$.

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 7e.

L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 5c.

• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★ m.c.m. (6, 8)

b) ★ m.c.m. (9, 12)

c) ★★ m.c.m. (20, 45)

d) ★★ m.c.m. (8, 12, 18)

e) ★★★ Halla el m.c.m. de $2^3 \cdot 3 \cdot 5$ y $2 \cdot 3^2 \cdot 7$, dejándolo primero como producto de potencias.

Tipo 8 · Problemas de m.c.d.: repartir y cortar

Recuerda

Pistas de **m.c.d.**: *repartir en partes iguales sin que sobre nada, lo más grande posible, el mayor número de grupos, trozos o cuadrados iguales.* El resultado es **más pequeño** (o igual) que los datos.

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 20.



L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 23.



• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★★ En una clase hay 18 chicos y 24 chicas. Queremos formar el mayor número posible de grupos iguales, con chicos y chicas en cada uno, sin que sobre nadie. ¿Cuántos grupos? ¿Cuántos chicos y chicas hay en cada grupo?

b) ★★ Una profesora tiene 24 rotuladores y 36 lápices. Quiere hacer el mayor número de lotes iguales sin que sobre nada. ¿Cuántos lotes? ¿Qué lleva cada uno?

c) ★★ Tenemos dos cuerdas de 90 cm y 126 cm. Las cortamos en trozos iguales, lo más largos posible, sin que sobre nada. ¿Cuánto mide cada trozo? ¿Cuántos trozos salen?

d) ★★★ Un suelo de 360 cm por 270 cm se cubre con baldosas cuadradas enteras, lo más grandes posible. ¿Qué lado tienen? ¿Cuántas hacen falta?

Tipo 9 · Problemas de m.c.m.: volver a coincidir

Recuerda

Pistas de **m.c.m.**: *¿cuándo vuelven a coincidir?, a la vez, lo mínimo para tener la misma cantidad, cada cierto tiempo.* El resultado es **más grande** (o igual) que los datos.

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 21.

L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 22.

• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★★ Dos autobuses salen de la misma parada a las 8:00. Uno pasa cada 12 minutos y el otro, cada 18 minutos. ¿A qué hora vuelven a coincidir?

b) ★★ Las salchichas vienen en paquetes de 8 y los panecillos, en bolsas de 6. ¿Cuántos paquetes y bolsas hay que comprar, como mínimo, para tener las mismas salchichas que panecillos?

c) ★★ Tres faros se encienden cada 10, 15 y 25 segundos. Si se acaban de encender a la vez, ¿cuánto tardarán en volver a coincidir?

d) ★★★ Ana va a la piscina cada 4 días y Luis, cada 6 días. Coincidieron el lunes día 1. ¿Qué día del mes y de la semana vuelven a coincidir?

Tipo 10 · Razonar con factores primos

Recuerda

Cuadrado perfecto: exponentes pares. **Cubo perfecto:** exponentes múltiplos de 3. Para conseguirlo, multiplica por lo que falta.

Truco útil: para dos números, $\text{m.c.d.} \cdot \text{m.c.m.} = \text{producto de los dos números}$.

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.2, ej. 12a y 12b.

L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 18.

• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 12 para obtener un cuadrado perfecto?

b) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 18 para obtener un cubo perfecto?

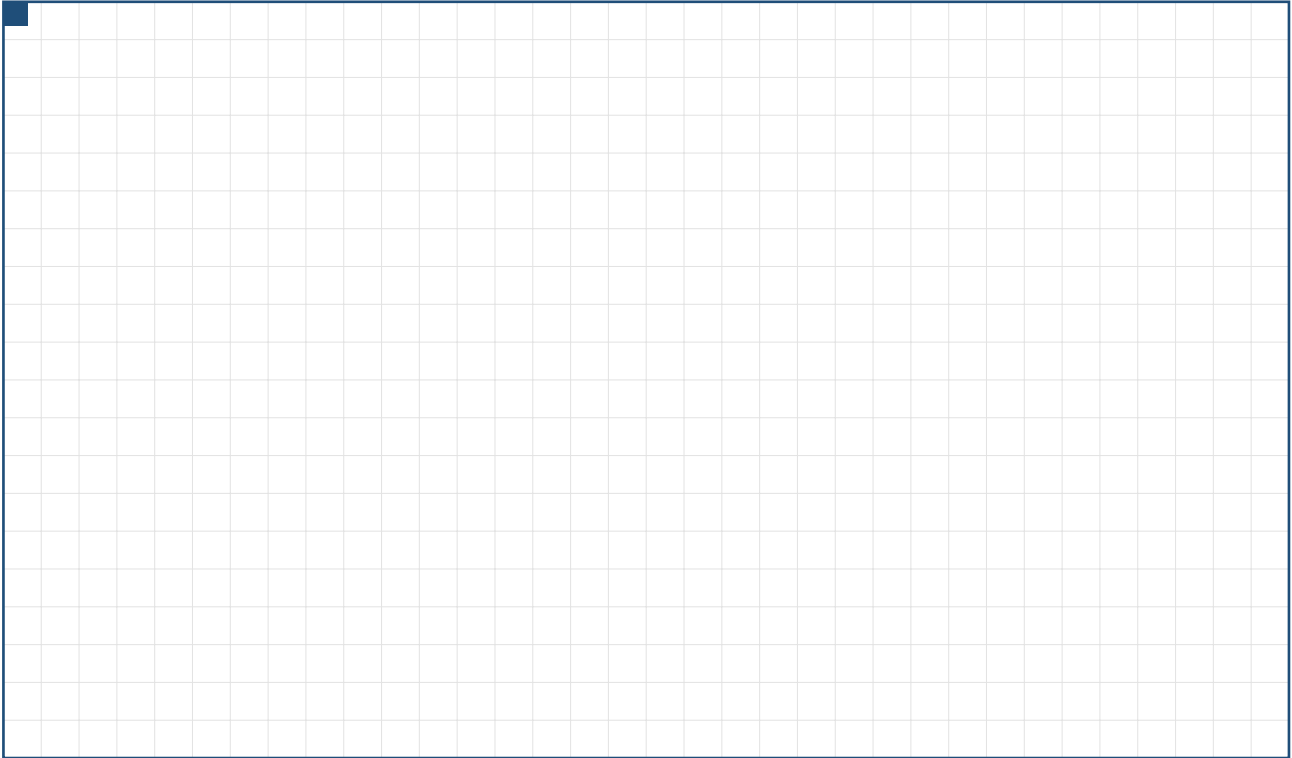
c) ★★ El m.c.d. de dos números es 6 y su m.c.m. es 72. Si uno de ellos es 18, ¿cuál es el otro?

d) ★★★ Un número tiene exactamente 6 factores y dos de ellos son 3 y 4. Haz una lista de todos sus factores.

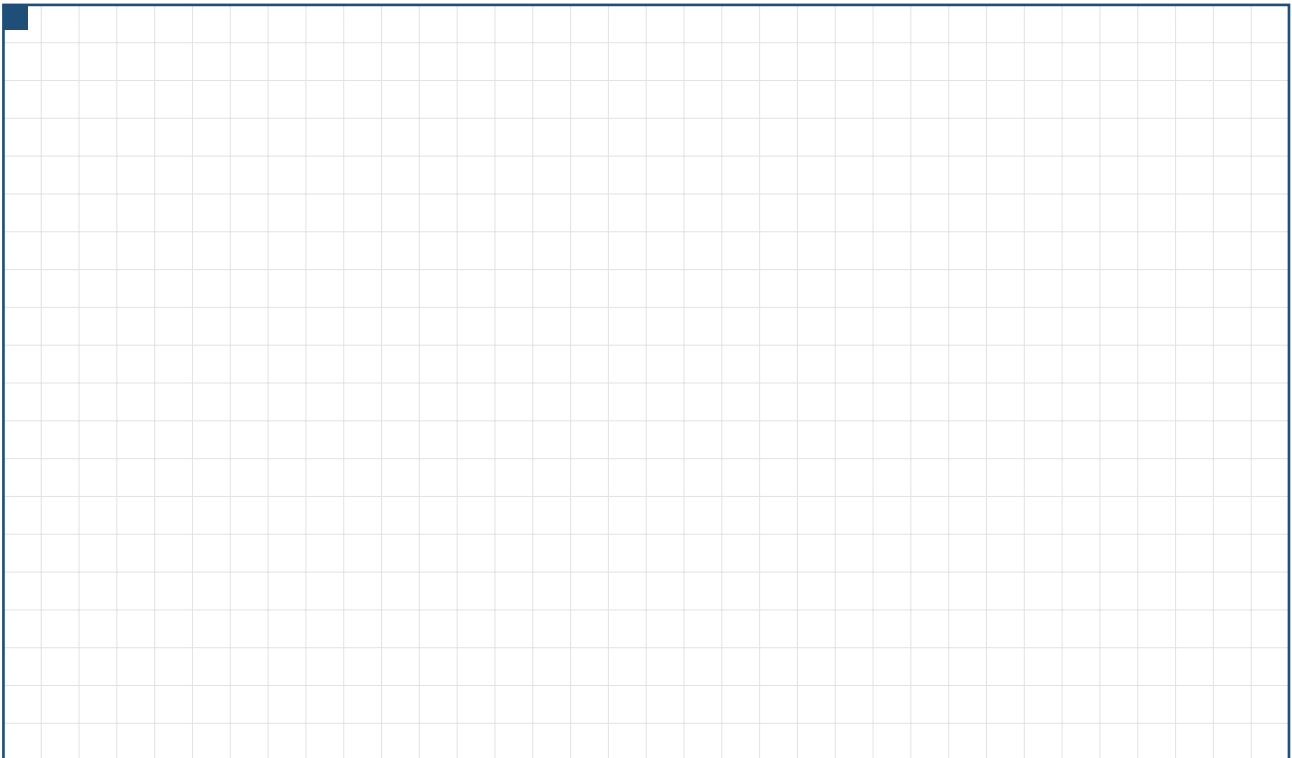
Cierre · Lo juntamos todo

- **Del libro** (seguro que te suenan: los resolvemos juntos)

L1) Ejercicio de tu libro: Problema inicial de la unidad.



L2) Ejercicio de tu libro: Actividades 1.3, ej. 28.



• **En clase** (de menos a más difícil)

a) ★★ Un jardín rectangular mide 84 m por 60 m. Queremos plantar árboles alrededor, a la misma distancia unos de otros, lo más separados posible y con un árbol en cada esquina. ¿A qué distancia irán? ¿Cuántos árboles hacen falta?

Resumen · ¿m.c.d. o m.c.m.?

m.c.d.	m.c.m.
Factores comunes con el menor exponente	Todos los factores con el mayor exponente
Repartir, cortar, lo más grande posible	Coincidir, a la vez, lo mínimo para igualar
Resultado menor o igual que los datos	Resultado mayor o igual que los datos
Completa con un ejemplo: _____	Completa con un ejemplo: _____

¿Cómo lo llevo? Marca con una X en cada fila.

	Lo domino	Casi	A repasar
1–2. Primos y descomposición en factores			
3–5. Raíces cuadradas y cúbicas			
6–7. Calcular el m.c.d. y el m.c.m.			
8–9. Saber si un problema es de m.c.d. o de m.c.m.			
10. Razonar con factores primos			

Tarea para enviar

Nombre: _____

Fecha de entrega: _____

Instrucciones

Haz cada ejercicio dentro de su recuadro, dejando los pasos y sin calculadora. Si haces el seminario conmigo, me envías una foto de estas páginas por email y te las devuelvo corregidas. Si un ejercicio no te sale, escribe hasta dónde llegaste: también sirve.

Tipo 1 · ¿Primo o compuesto?

1) ★ ¿Son primos o compuestos? 57 y 61

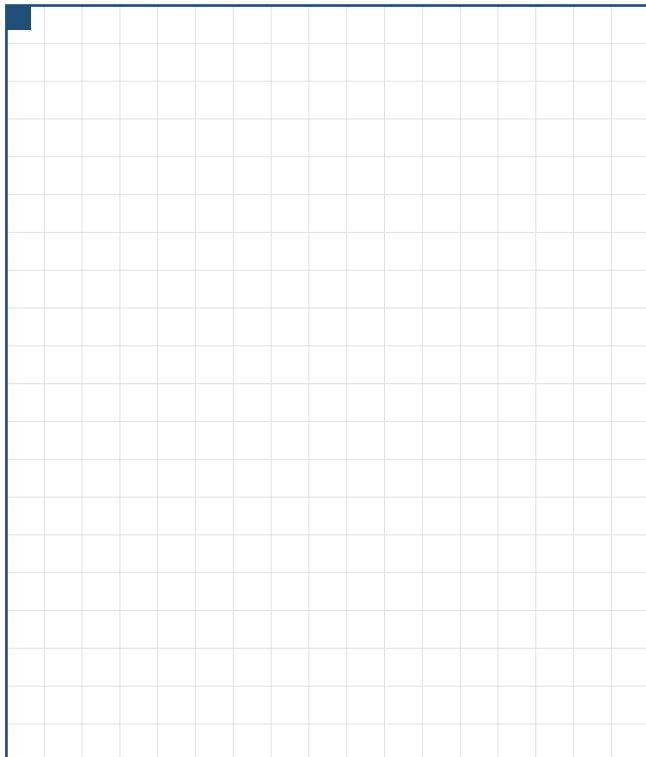
2) ★★ ¿Son primos o compuestos? 121 y 101

3) ★★ Escribe todos los números primos entre 40 y 60.

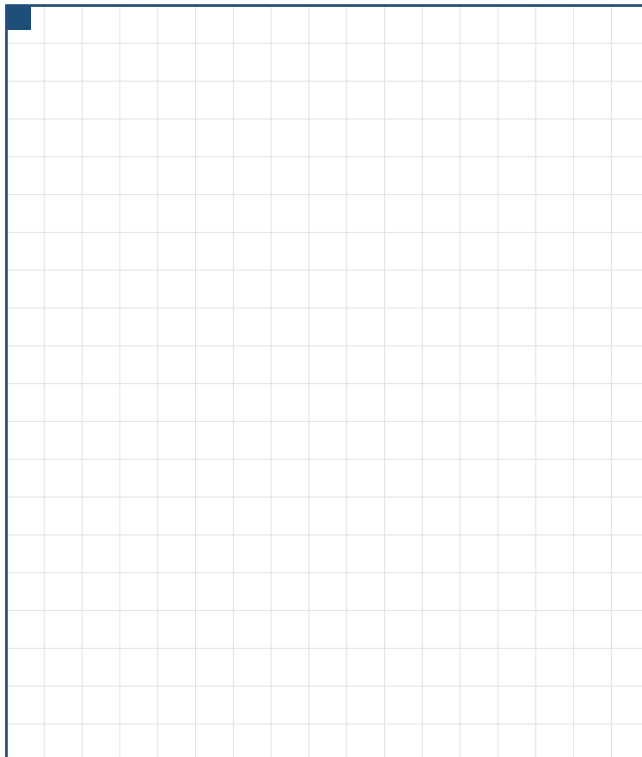
4) ★★★ Si n es natural y $n \cdot (n + 16)$ es primo, ¿de qué número primo se trata?

Tipo 2 · Descomposición en factores primos

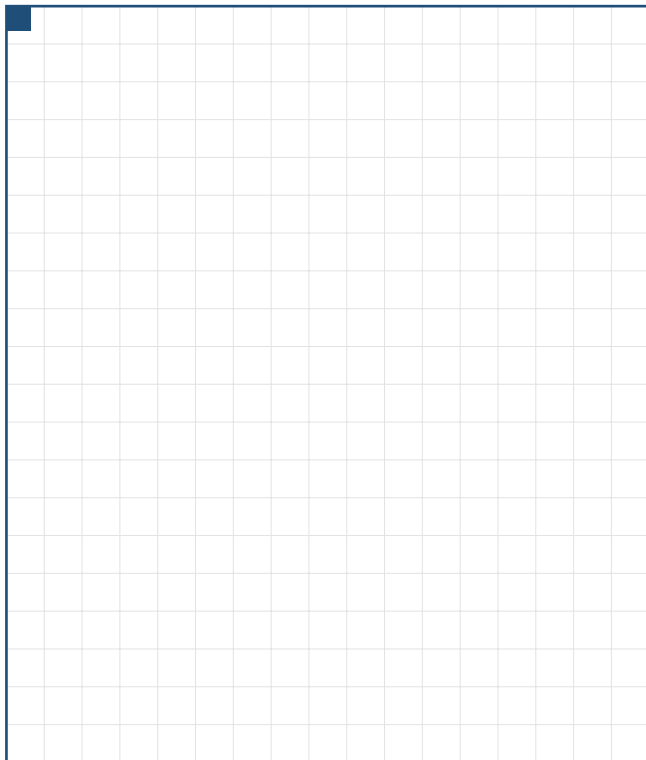
5) ★ Descompón 90 y 132.



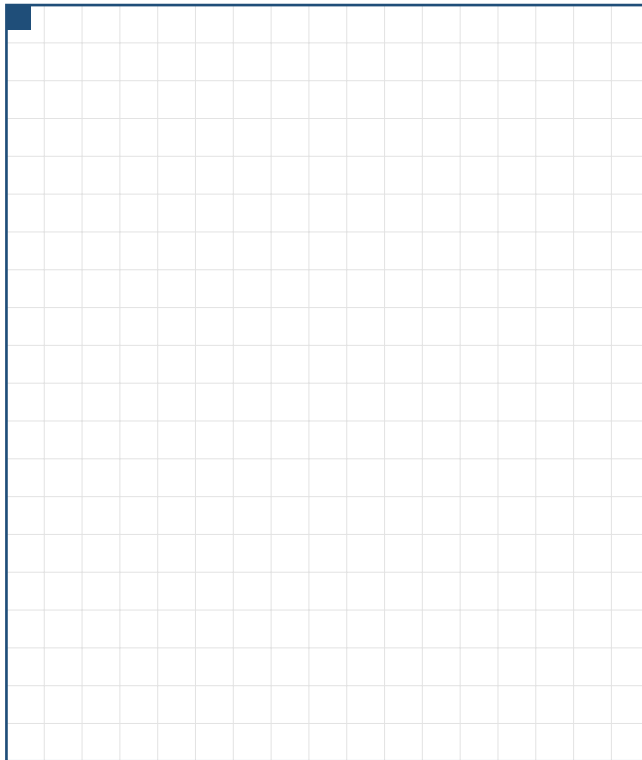
6) ★★ Descompón 500.



7) ★★ Descompón 2310.

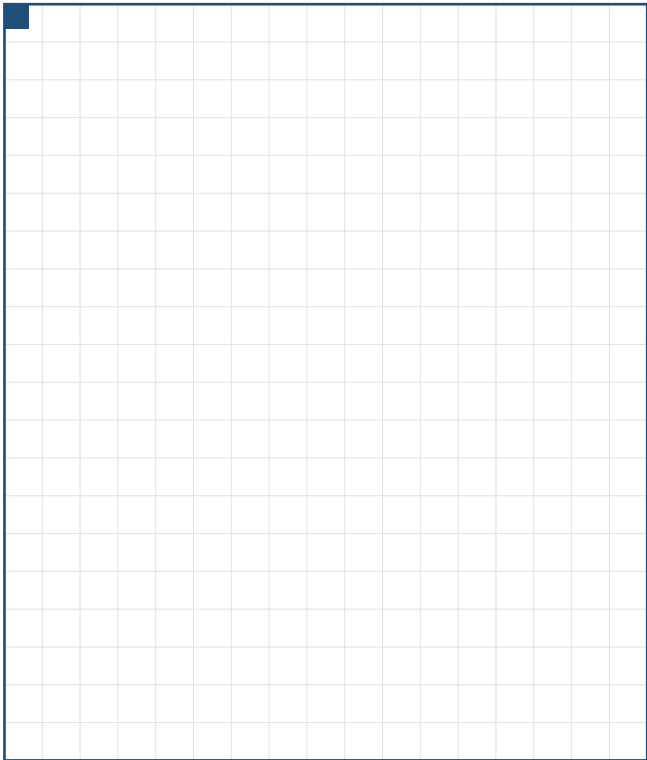


8) ★★★ Con 60 cubos de 1 cm, ¿qué prismas con todos los lados mayores que 1 cm puedes construir? Encuéntralos todos.

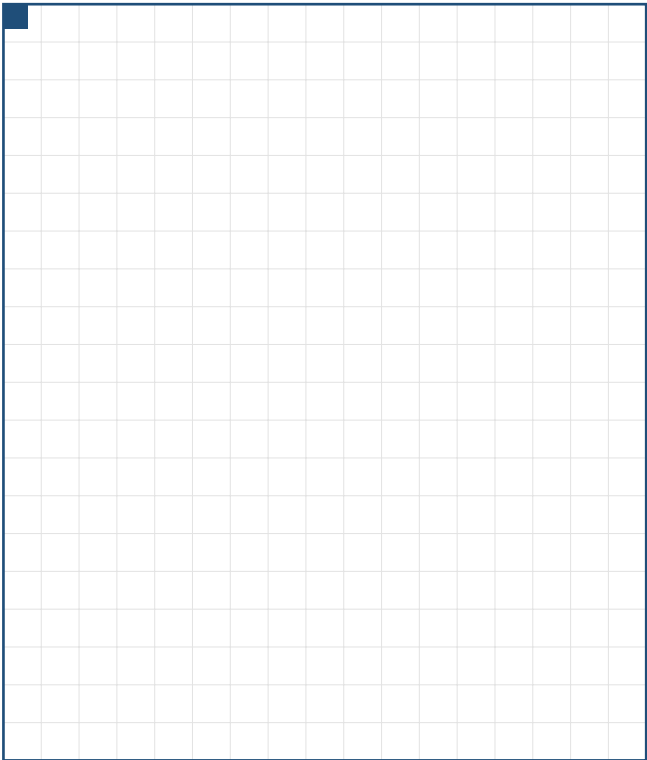


Tipo 3 · Raíz cuadrada

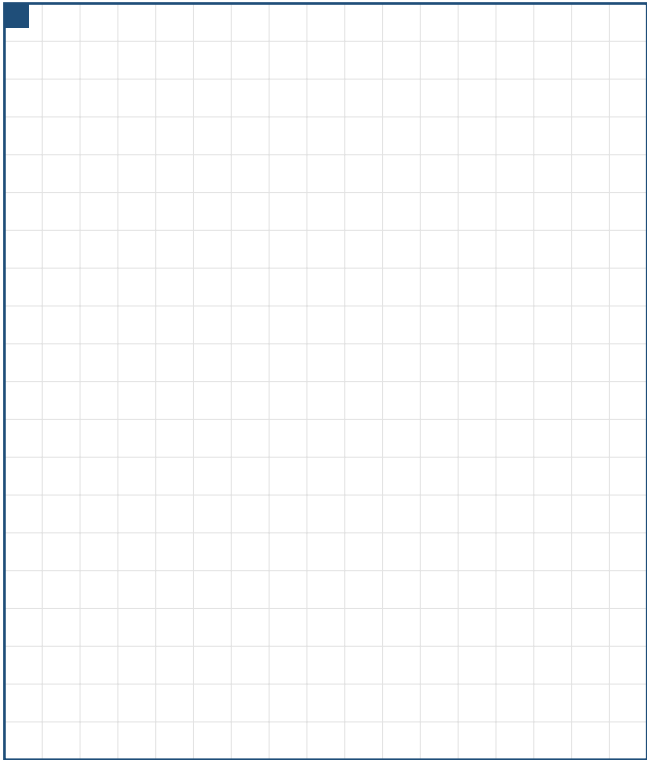
9) ★ $\sqrt{256}$ mediante factorización.



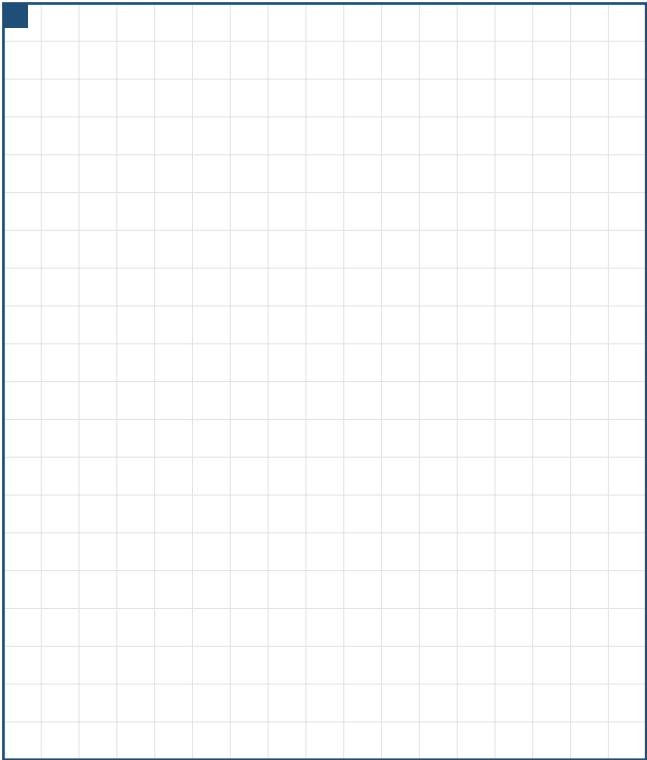
10) ★★ $\sqrt{3600}$



11) ★★ $\sqrt{4356}$



12) ★★★ $\sqrt{44100}$



Tipo 4 · Raíz cúbica

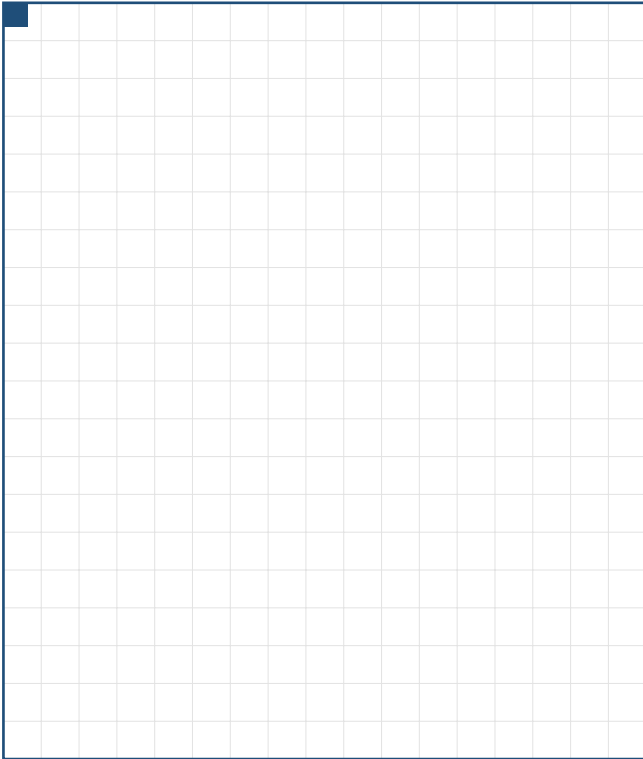
13) ★ $\sqrt[3]{343}$ y $\sqrt[3]{729}$

14) ★★ $\sqrt[3]{13824}$

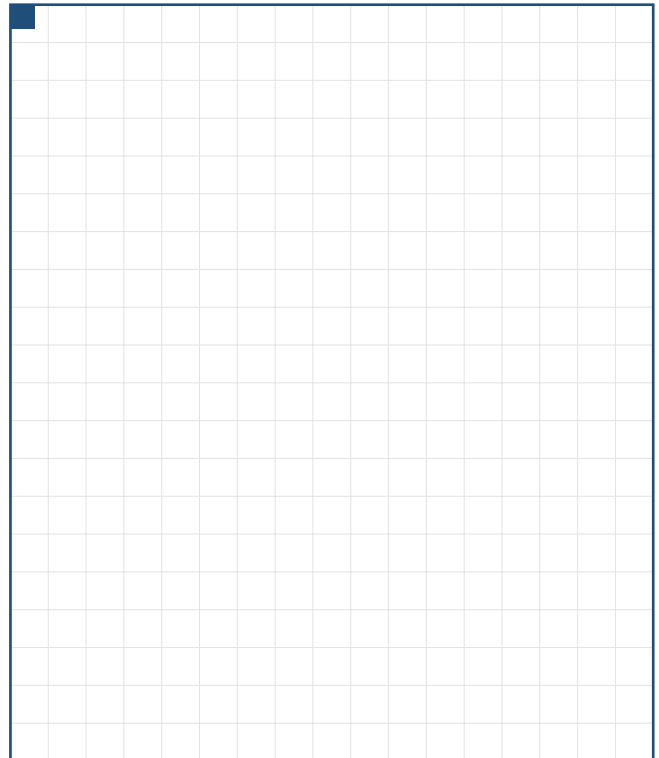
15) ★★★ Sabiendo que $421\,875 = 3^3 \cdot 5^6$, halla su raíz cúbica sin calculadora.

Tipo 5 · Estimar raíces

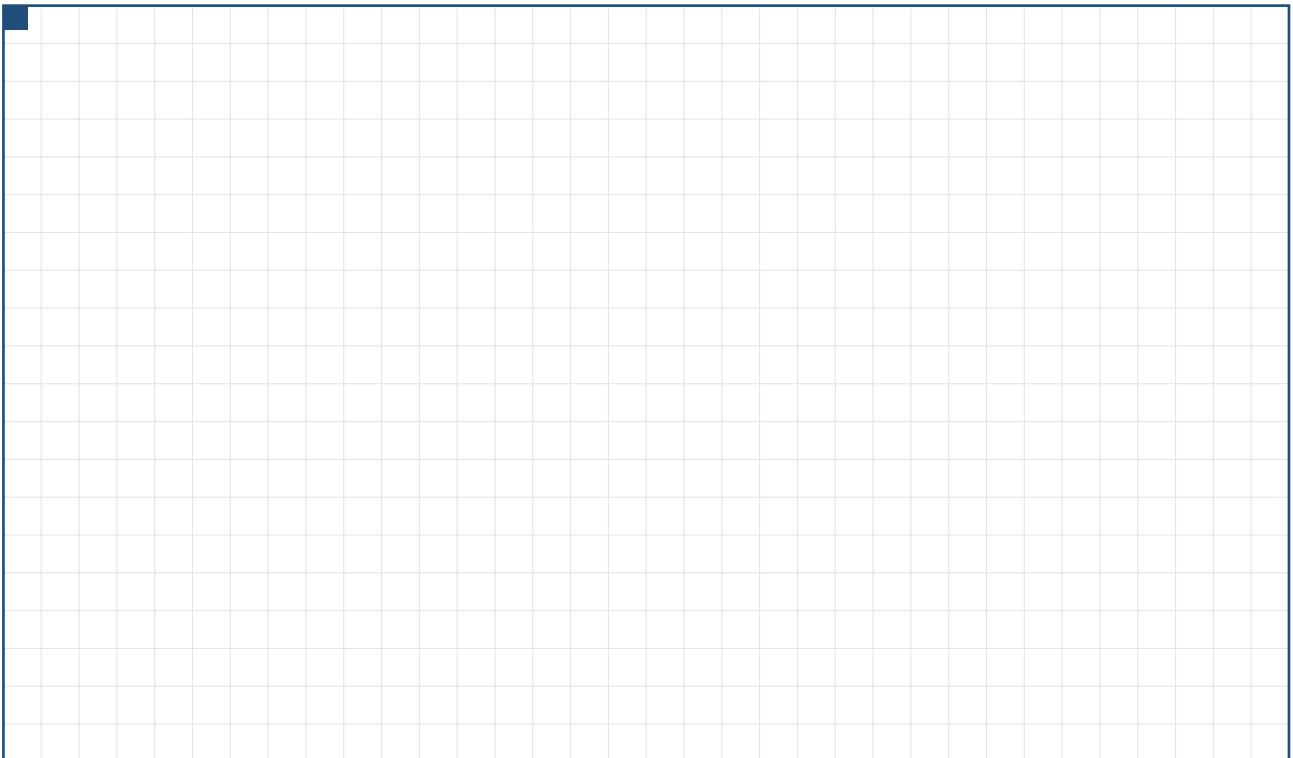
16) ★ ¿Entre qué dos naturales están $\sqrt{20}$ y $\sqrt{120}$?
¿De cuál están más cerca?



17) ★★ Estima $\sqrt[3]{10}$ y $\sqrt[3]{500}$.

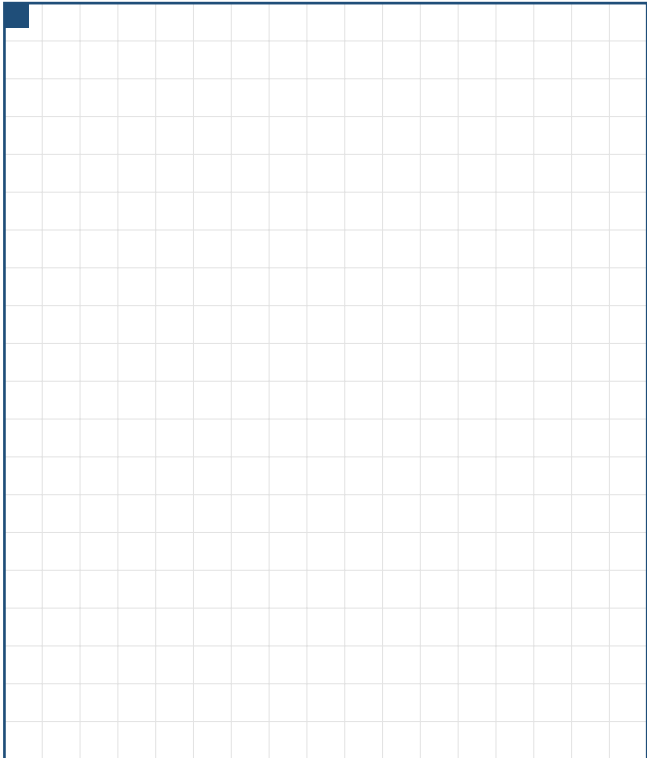


18) ★★★ Un cuadrado tiene 70 cm^2 de área. ¿Entre qué dos números enteros está la medida de su lado? ¿De cuál está más cerca?

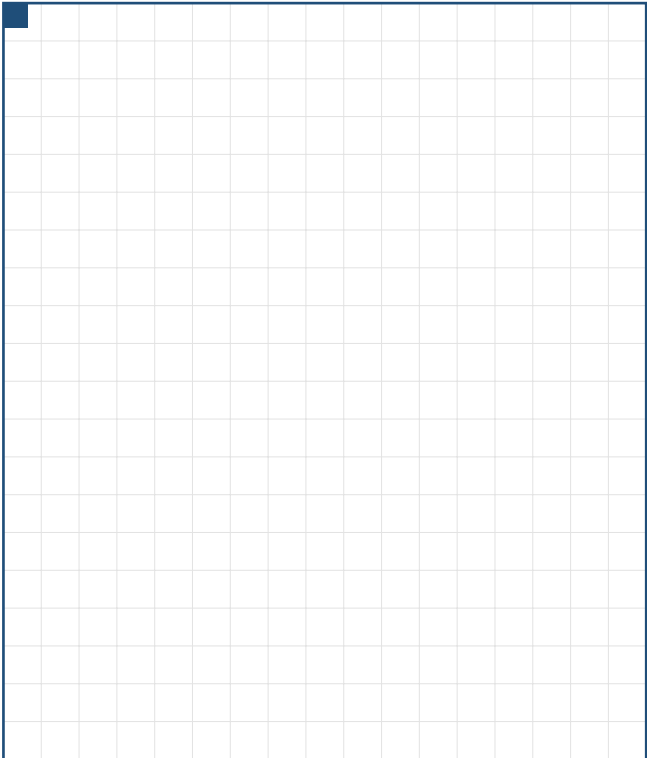


Tipo 6 · m.c.d.

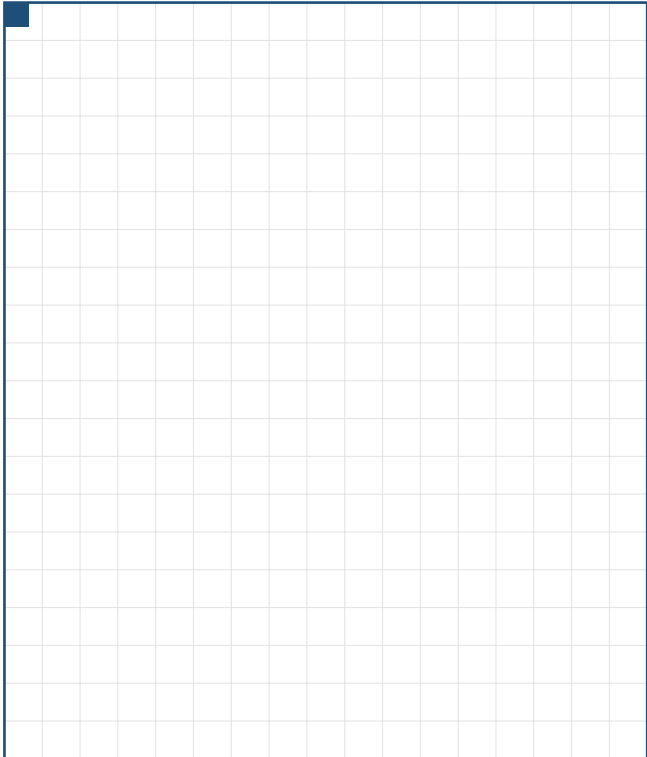
19) ★ m.c.d. (48, 72)

A large grid for solving problem 19, consisting of 20 columns and 20 rows of squares.

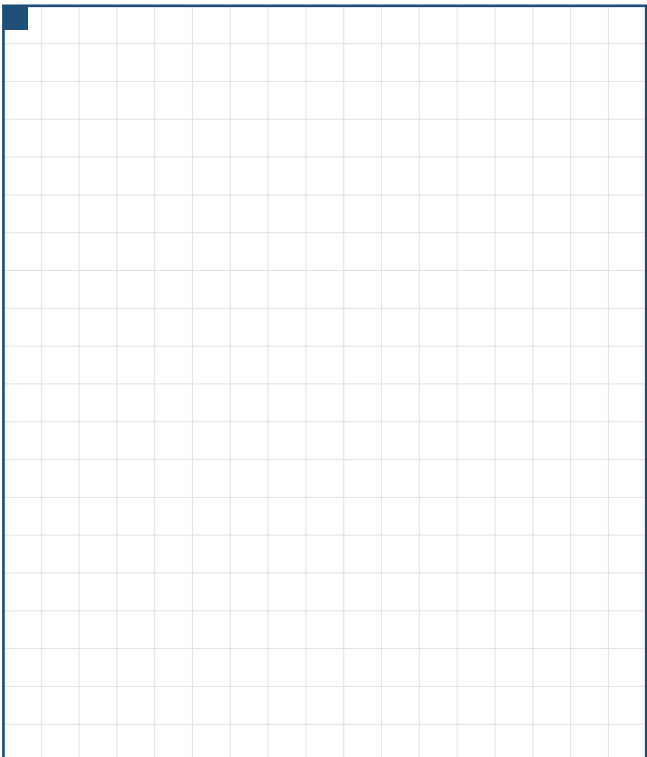
20) ★★ m.c.d. (105, 140)

A large grid for solving problem 20, consisting of 20 columns and 20 rows of squares.

21) ★★ m.c.d. (60, 84, 132)

A large grid for solving problem 21, consisting of 20 columns and 20 rows of squares.

22) ★★★ m.c.d. de $2^4 \cdot 5 \cdot 7$ y $2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$

A large grid for solving problem 22, consisting of 20 columns and 20 rows of squares.

Tipo 7 · m.c.m.

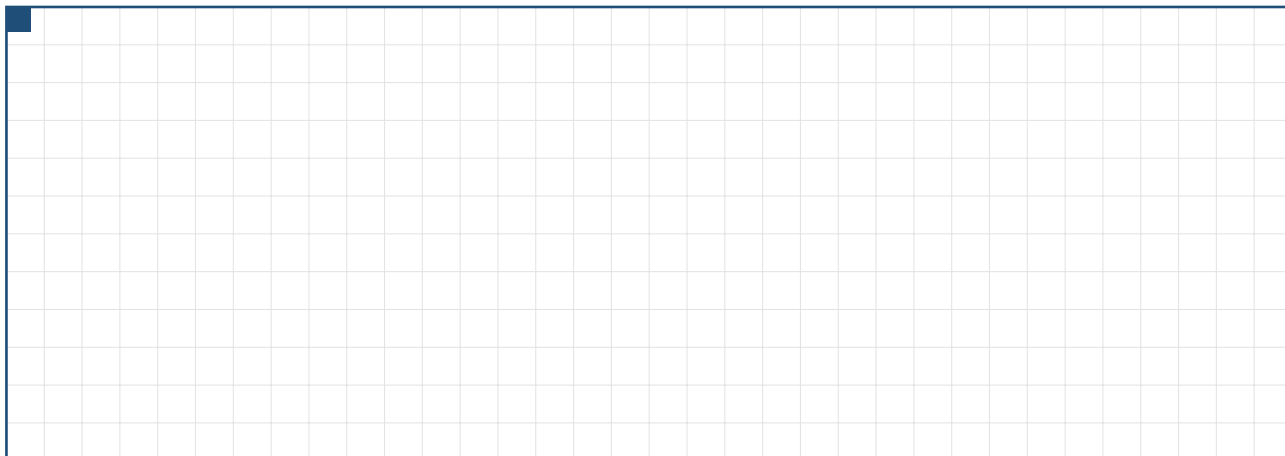
23) ★ m.c.m. (10, 15) y m.c.m. (14, 21)

24) ★★ m.c.m. (12, 16, 20)

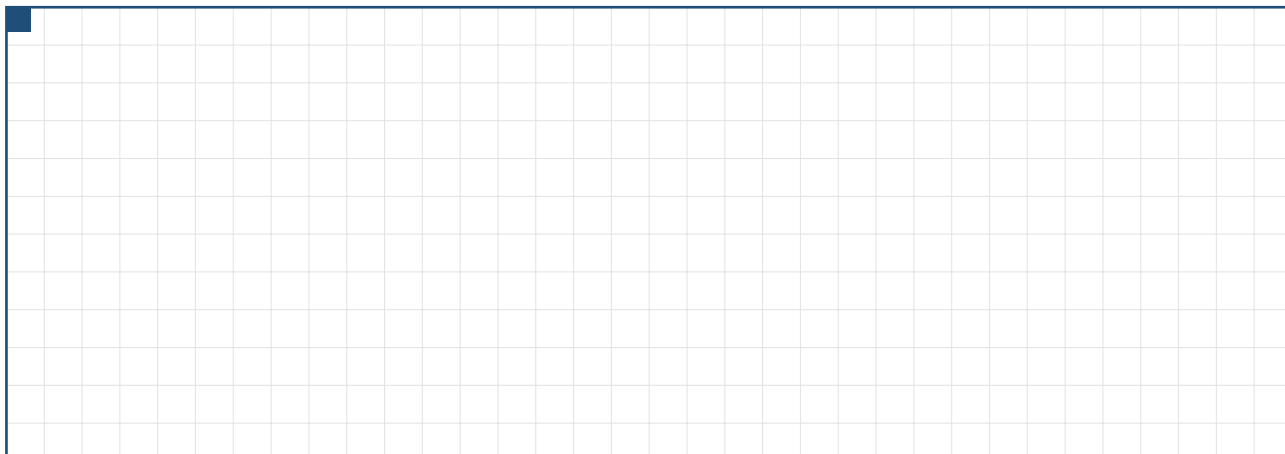
25) ★★★ m.c.m. de $2^2 \cdot 3^3$ y $2^4 \cdot 3 \cdot 5$ (déjalo primero como producto de potencias).

Tipo 8 · Problemas de m.c.d.

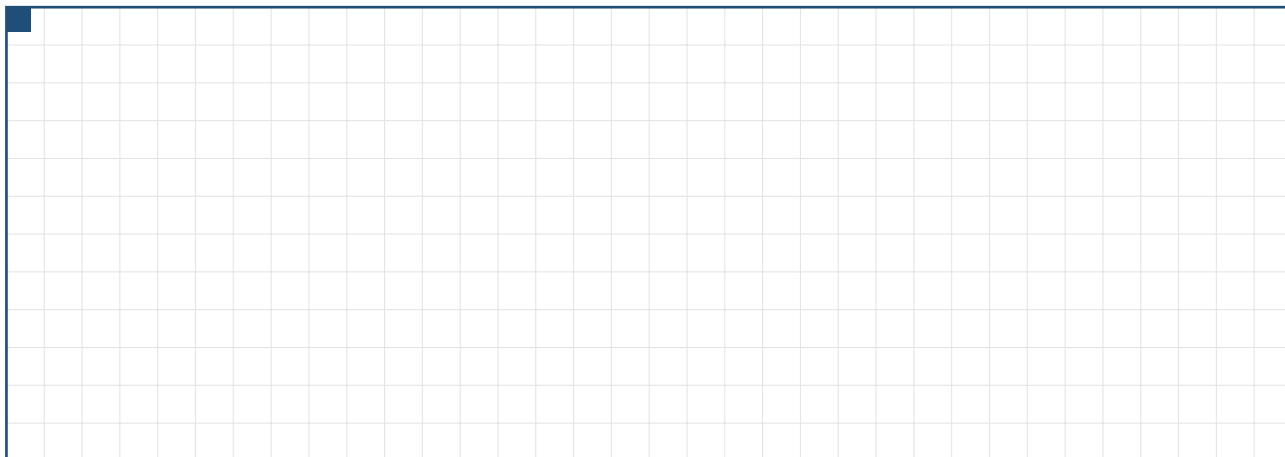
26) ★★ Tenemos 48 fresas y 60 cerezas. Queremos repartirlas en el mayor número de platos iguales sin que sobre ninguna. ¿Cuántos platos? ¿Qué lleva cada uno?



27) ★★ Dos listones de 84 cm y 140 cm se cortan en trozos iguales, lo más largos posible, sin que sobre madera. ¿Cuánto mide cada trozo? ¿Cuántos trozos salen?



28) ★★★ Tres cajas tienen 120, 180 y 240 cromos. Queremos hacer paquetes iguales, lo más grandes posible, sin mezclar cajas y sin que sobre ninguno. ¿Cuántos cromos lleva cada paquete? ¿Cuántos paquetes salen?



Tipo 9 · Problemas de m.c.m.

29) ★ Dos alarmas suenan cada 15 y cada 20 minutos. Si acaban de sonar a la vez, ¿cuándo vuelven a coincidir?

30) ★★ Los vasos vienen en cajas de 6 y los platos, en cajas de 9. ¿Cuántas cajas de cada hay que comprar, como mínimo, para tener los mismos vasos que platos?

31) ★★ Tres campanas suenan cada 6, 8 y 10 minutos. Han sonado juntas a las 12:00. ¿A qué hora vuelven a sonar juntas?

32) ★★★ Busca un número entre 50 y 100 que sea divisible entre 4, entre 6 y entre 9.

Tipo 10 · Razonar con factores primos

33) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 50 para obtener un cuadrado perfecto?

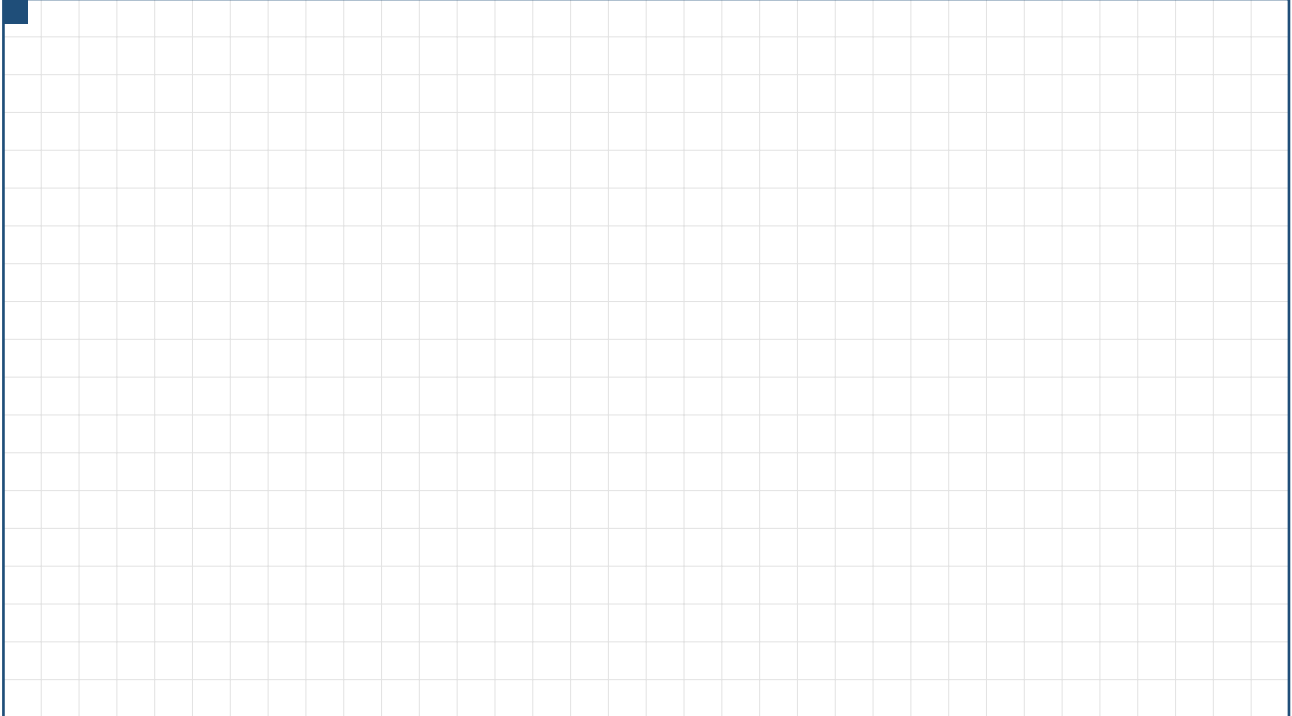
34) ★★ ¿Por qué número, el menor posible, hay que multiplicar 24 para obtener un cubo perfecto?

35) ★★ El m.c.d. de dos números es 4 y su m.c.m. es 48. Si uno es 12, ¿cuál es el otro?

36) ★★★ Un número tiene exactamente 6 factores y dos de ellos son 4 y 5. Haz una lista de todos sus factores.

Problemas finales

37) ★★ Dos ciclistas dan vueltas a una pista. Uno tarda 45 segundos en cada vuelta y el otro, 60 segundos. Salen juntos de la meta. ¿Cuánto tardan en volver a coincidir en la meta? ¿Cuántas vueltas habrá dado cada uno?



38) ★★ Un pastelero tiene una bandeja con 96 pasteles y otra con 120. Quiere guardarlos en cajas iguales, con el mayor número posible de pasteles, sin mezclar bandejas y sin que sobre ninguno. ¿Cuántos pasteles lleva cada caja? ¿Cuántas cajas necesita?

